Corso di laurea in Matematica

Sistemi dinamici – Primo Modulo

Prova d'esonero dell' 11-11-99

<u>Esercizio 1.</u> Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax \ , \qquad x \in \mathbb{R}^3 \ , \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \ ,$$

con condizioni iniziali $x(0) = (-2, 4, 0)$. Se ne trovi la soluzione.

<u>Esercizio 2.</u> Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 4y\left(1 - y^2\right) \ , \\ \dot{y} = -2x \ . \end{cases}$$

(2.1) Trovare una costante del moto $H(x, y)$.
(2.2) Determinare le curve di livello che corrispondono al valore $H(x, y) = 0$.
(2.3) Determinare i punti d'equilibrio.
(2.4) Discuterne la stabilità.
(2.5) Trovare esplicitamente la traiettoria con dati iniziali $(\bar{x}, \bar{y}) = (3, 2)$.

<u>Esercizio 3.</u> Si consideri il sistema dinamico

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y\left(2y^2 + 2x^2 + 1\right) \ , \\ \dot{y} = -2x\left(3x^4 + 2y^2\right) \ . \end{cases}$$

(3.1) Determinare i punti d'equilibrio.
(3.2) Discuterne la stabilità.

<u>Esercizio 4.</u> Si consideri il sistema lineare planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 0 \ , \\ \dot{y} = x + y \ . \end{cases}$$

Trovare la soluzione con dati iniziali $(\bar{x}, \bar{y}) = (1, 0)$.