

ESERCIZIO. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa  $m = 1$ , soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = (x^2 - 1) e^{-x}.$$

- (1) Scrivere l'equazione del moto e le equazioni che definiscono il sistema dinamico associato.
- (2) Verificare che l'energia  $E(x, y) = y^2/2 + V(x)$ , con  $y = \dot{x}$ , è una costante del moto.
- (3) Determinare i punti d'equilibrio del sistema dinamico corrispondente e discuterne la natura.
- (4) Studiare il grafico dell'energia potenziale  $V(x)$ .
- (5) Discutere qualitativamente le curve di livello dell'energia e le traiettorie del sistema nel piano  $(x, y) = (x, \dot{x})$ .
- (6) Verificare che la traiettoria con condizioni iniziali  $(x(0), \dot{x}(0)) = (0, \sqrt{2})$  è periodica.
- (7) Scriverne il periodo  $T$  come integrale definito.
- (8) Stimare il periodo  $T$ .