

ESERCIZIO 1. Discutere brevemente il problema dei due corpi.

ESERCIZIO 2. Si studi il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa  $m = 1$ , soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = x^4 + 8x^3 + 2ax^2,$$

con  $a \in \mathbb{R}$ . Per  $a = 5$  si svolgano i seguenti punti.

(2.1) Studio del grafico dell'energia potenziale.

(2.2) Determinazione dei punti d'equilibrio per il sistema dinamico associato.

(2.3) Discussione della loro stabilità.

(2.4) Analisi qualitativa del moto nel piano  $(x, \dot{x})$ .

[(2.5) Al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$  si discuta brevemente come cambia lo scenario.]

ESERCIZIO 3. Definire l'operatore d'inerzia e discuterne le proprietà.

ESERCIZIO 4. Dato un sistema di riferimento  $\kappa = Oxyz$  (sistema assoluto), si consideri un sistema di riferimento mobile  $K = O'\xi\eta\zeta$  (sistema relativo), la cui origine  $O'$  si muove in senso antiorario lungo la circonferenza  $\mathcal{C}$  di raggio  $r = 1$  e centro nell'origine  $O$  con velocità angolare costante  $\omega$ . L'asse  $\zeta$  si mantiene parallelo all'asse  $z$ , mentre l'asse  $\xi$  si mantiene sempre ortogonale alla circonferenza  $\mathcal{C}$  (i.e. in direzione radiale) diretto verso l'esterno; il vettore  $\mathbf{r}(t)$  che individua  $O'$  nel sistema fisso, all'istante iniziale  $t = 0$ , ha coordinate  $\mathbf{r}(0) = (1, 0, 0)$ .

Un punto materiale  $P$  di massa  $m = 1$  si muove nel sistema  $K$  lungo una circonferenza di raggio  $a \in (0, 1)$ , con velocità angolare costante  $\omega'$ ; all'istante iniziale le coordinate del punto  $P$  nel sistema mobile sono  $\mathbf{Q} = (a, 0, 0)$ .

(4.1) Scrivere la trasformazione rigida  $D: K \rightarrow \kappa$  come composizione di una traslazione  $C$  con una rotazione  $B$ , i.e.  $D = C \circ B$ , e determinare  $C$  e  $B$ .

(4.2) Determinare la velocità assoluta  $\mathbf{v}$ .

(4.3) Determinare la velocità relativa  $\mathbf{v}'$ .

(4.4) Determinare la componente traslatoria della velocità di trascinamento  $\mathbf{v}_0$ .

(4.5) Determinare la componente rotatoria della velocità di trascinamento  $\mathbf{v}_T$ .

[(4.6) Determinare le condizioni su  $\omega$  e  $\omega'$  perché il moto complessivo sia periodico (nel sistema fisso  $\kappa$ ).]