**Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2003/2004**

# FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

Seconda prova d'esonero (09-06-04)

<u>Esercizio 1.</u> Forze apparenti in sistemi di riferimento mobili.

<u>Esercizio 2.</u> Si studi il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = \frac{1}{|x|} + x + \alpha \, \log x^2,$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$. Al variare di $\alpha$ si discutano i seguenti punti.
(2.1) Studiare il grafico dell'energia potenziale.
(2.2) Determinare eventuali punti d'equilibrio per il sistema dinamico associato.
(2.3) Discutere la loro stabilità.
(2.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano $(x, \dot{x})$.
(2.5) Per $\alpha = 0$ verificare che la traiettoria con dato iniziale $(\bar{x}, \bar{y}) = (1, 3/\sqrt{2})$ è periodica.
(2.6) Scrivere il periodo della traiettoria considerata al punto (2.5) come integrale definito e darne una stima.

<u>Esercizio 3.</u> Vincoli e sistemi rigidi.