Corso di laurea in Matematica

Sistemi dinamici – Primo Modulo

Prova d'esame del 06-06-2000

Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 4y\left(x^2+y^2-2\right) \ , \\ \dot{y} = -4x\left(x^2+y^2-2\right) \ . \end{cases}$$

(1) Verificare che la funzione $H(x,y) = \left(x^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-3\right)$ è una costante del moto.
(2) Determinare i punti d'equilibrio.
(3) Determinare le curve di livello di $H(x,y)$.
(4) Discutere la stabilità dei punti d'equilibrio.
(5) Risolvere esplicitamente le equazioni del moto, i.e. trovare la soluzione $(x(t),y(t))$ al variare dei dati iniziali $(x(0),y(0)) = (x_0,y_0)$ nel piano.