

**Corso di laurea in Matematica**  
**Sistemi dinamici – Primo Modulo**

PROVA D'ESAME DEL 27-06-2000

Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 3) + 4y^2(x^2 + y^2 - 2), \\ \dot{y} = -4xy(x^2 + y^2 - 2). \end{cases}$$

- (1) Verificare che la funzione  $H(x, y) = y(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 3)$  è una costante del moto.
- (2) Determinare i punti d'equilibrio.
- (3) Analizzare le curve di livello di  $H(x, y)$  nel piano: determinarne qualitativamente la forma e discuterne il verso di percorrenza.
- (4) Discutere la stabilità dei punti d'equilibrio.
- (5) Risolvere esplicitamente le equazioni del moto, i.e. trovare la soluzione  $(x(t), y(t))$ , in corrispondenza del dato iniziale  $(x(0), y(0)) = (0, 1)$ .