Corso di laurea in Matematica

FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

Scritto (01-07-2002)

<u>Esercizio.</u> Si consideri un punto materiale di massa $m = 1$ soggetto a una forza centrale di energia potenziale

$$V(\rho) = \rho^2 - \frac{\beta}{\rho^6},$$

con $\beta \in \mathbb{R}$. Si discuta il moto della variabile $\rho(t)$, rispondendo alle domande seguenti al variare dei parametri β e L, se L è il modulo del momento angolare del sistema.

(1) Scrivere l'equazione del moto e il sistema dinamico associato.

(2) Determinare i punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.

(3) Disegnare il grafico del potenziale efficace.

(4) Analizzare qualitativamente le orbite nel piano $(\rho, \dot{\rho})$.

(5) Determinare le traiettorie periodiche nel piano $(\rho, \dot{\rho})$.

(6) Discutere le condizioni sotto le quali in generale il moto complessivo del sistema è periodico.