

Corso di laurea in Matematica
FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

SCRITTO (10-09-2002)

ESERCIZIO. Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y - \cos \frac{\pi x}{\sqrt{1+x^2}}, \\ \dot{y} = -y \frac{\pi}{(1+x^2)^{3/2}} \sin \frac{\pi x}{\sqrt{1+x^2}}, \end{cases}$$

- (1) Verificare che esiste una costante del moto $H(x, y)$ e determinarla.
- (2) Determinare i punti d'equilibrio.
- (3) Discutere la stabilità dei punti d'equilibrio.
- (4) Analizzare le curve di livello di $H(x, y)$ nel piano: determinarne qualitativamente la forma e discuterne il verso di percorrenza.
- (5) Determinare analiticamente l'insieme dei dati iniziali delle traiettorie periodiche del sistema.