Corso di laurea in Matematica

FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

Scritto (10-09-2002)

<u>Esercizio.</u> Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y - \cos \dfrac{\pi x}{\sqrt{1+x^2}}, \\ \\ \dot{y} = -y \dfrac{\pi}{(1+x^2)^{3/2}} \sin \dfrac{\pi x}{\sqrt{1+x^2}}, \end{cases}$$

(1) Verificare che esiste una costante del moto $H(x, y)$ e determinarla.
(2) Determinare i punti d'equilibrio.
(3) Discutere la stabilità dei punti d'equilibrio.
(4) Analizzare le curve di livello di $H(x, y)$ nel piano: determinarne qualitativamente la forma e discuterne il verso di percorrenza.
(5) Determinare analiticamente l'insieme dei dati iniziali delle traiettorie periodiche del sistema.