Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2002/2003

FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

Prova scritta (14-07-03)

<u>Esercizio 1.</u> Data la funzione $H : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da

$$H(x, y) = y\,(y - 1 - x)\,(y - 1 + x)\,,$$

si consideri il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{\partial H}{\partial y}, \\ \dot{y} = -\dfrac{\partial H}{\partial x}. \end{cases}$$

(2.1) Determinare i punti d'equilibrio del sistema.
(2.2) Discuterne la stabilità.
(2.3) Studiare le curve di livello della funzione $H(x, y)$.
(2.4) Utilizzare i risultati precedenti per lo studio qualitativo delle traiettorie del sistema.
(2.5) Determinare esplicitamente la soluzione $(x(t), y(t))$ con condizioni iniziali $(\bar{x}, \bar{y}) = (2, 0)$.

<u>Esercizio 2.</u> Moti periodici in sistemi unidimensionali.

<u>Esercizio 3.</u> Forze apparenti.