FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

PROVA SCRITTA (18-06-2004)

ESERCIZIO 1. Discutere le equazioni di Eulero nel caso di un corpo rigido che ammetta un asse di simmetria.

ESERCIZIO 2. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = e^{-2x^2} (e^{-2x^2} - 1).$$

(2.1) Studiare il grafico dell'energia potenziale.

(2.2) Determinare eventuali punti d'equilibrio per il sistema dinamico associato.

(2.3) Discutere la loro stabilità.

(2.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano $(x, \dot{x})$.

(2.5) Determinare l'insieme dei dati iniziali che generano traiettorie periodiche.

(2.6) Verificare in particolare che le traiettorie con energia totale $E = -3/16$ sono periodiche e scriverne il periodo come integrale definito.

ESERCIZIO 3. Discutere quando si possono ottenere informazioni sulla stabilità di un punto d'equilibrio di un sistema dinamico nonlineare attraverso lo studio del sistema linearizzato.