Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2003/2004

FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

Prova scritta (18-06-2004)

<u>Esercizio 1.</u> Discutere le equazioni di Eulero nel caso di un corpo rigido che ammetta un asse di simmetria.

<u>Esercizio 2.</u> Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = \mathrm{e}^{-2x^2} \left(\mathrm{e}^{-2x^2} - 1 \right).$$

(2.1) Studiare il grafico dell'energia potenziale.
(2.2) Determinare eventuali punti d'equilibrio per il sistema dinamico associato.
(2.3) Discutere la loro stabilità.
(2.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano $(x, \dot{x})$.
(2.5) Determinare l'insieme dei dati iniziali che generano traiettorie periodiche.
(2.6) Verificare in particolare che le traiettorie con energia totale $E = -3/16$ sono periodiche e scriverne il periodo come integrale definito.

<u>Esercizio 3.</u> Discutere quando si possono ottenere informazioni sulla stabilità di un punto d'equilibrio di un sistema dinamico nonlineare attraverso lo studio del sistema linearizzato.