

Università degli studi di Roma Tre  
Corso di Laurea Triennale in Matematica, a.a. 2005/2006  
AL1 - Algebra 1, fondamentali  
Esercizi  
22 Novembre 2005

## 1 Numeri complessi

1. Scrivere in forma trigonometrica ed esponenziale i seguenti numeri complessi
  - (a)  $1 + i$
  - (b)  $\sqrt{3} + i$
  - (c)  $i$
  - (d)  $-1 + i\sqrt{3}$
2. Scrivere in forma additiva i seguenti numeri complessi
  - (a)  $3e^{i\frac{\pi}{6}}$
  - (b)  $e^{i\frac{4\pi}{3}}$
  - (c)  $\frac{1}{2}e^{i\frac{-84\pi}{12}}$
3. Calcolare le radici  $n$ -esime per  $n = 2, 3$  dei seguenti numeri complessi:
  - (a)  $4 + 7i$
  - (b)  $12 - 24i$
  - (c)  $4e^{i\frac{-\pi}{6}}$
4. Calcolare l'inverso dei seguenti numeri complessi
  - (a)  $\frac{3}{4} + i$
  - (b)  $\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$
5. Sia  $z \in \mathbb{C}$  dimostrare che se  $|z| = 1$  allora  $z^{-1} = \bar{z}$ .

## 2 Calcolo Combinatorio

1. Dimostrare le seguenti proprietà del coefficiente binomiale

(a)

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

(b)

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

(c)

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

(d)

$$\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1}$$

2. Calcolare il numero di sottoinsiemi con 3 elementi in un insieme con 8 elementi

3. Risolvere le seguenti equazioni

(a)

$$\binom{x}{3} = \binom{x}{7}$$

(b)

$$3 \binom{x}{3} + 4 \binom{x}{5} = 12 \binom{x}{4}$$