

### **I Settimana (24-25 settembre 2009)**

Assiomi di Peano; sistemi di Peano isomorfi (o equivalenti); principio di induzione (prima forma o forma debole).  
Definizione di somma, prodotto, elevazione a potenza e fattoriale di numeri naturali.

### **II Settimana (1-2 ottobre 2009)**

Proprietà dell'addizione e moltiplicazione in  $\mathbb{N}$ . Coefficienti binomiali; formula del binomio; triangolo di Tartaglia.

### **III Settimana (8-9 ottobre 2009)**

Relazioni di ordine e preordine; elementi massimali e minimali, massimi e minimi, maggioranti e minoranti, estremo superiore ed estremo inferiore in insiemi ordinati. Relazioni di ordine totale.

Principio del Buon Ordinamento. Principio di Induzione (seconda forma). Dimostrazione del Principio del Buon Ordinamento dal Principio di Induzione (prima forma). Equivalenza tra Principio di Induzione prima forma, Buon Ordinamento e Principio di Induzione seconda forma (senza dimostrazione).

### **IV Settimana (15-16 ottobre 2009)**

Costruzione di  $\mathbb{C}$  a partire da  $\mathbb{R}$ . Proprietà dei numeri complessi, inverso e coniugato. Il piano di Argand-Gauss. Scrittura di un numero complesso nella forma  $a + ib$  e scrittura in forma trigonometrica. La Formula di De Moivre. Radici  $n$ -sime e loro rappresentazione nel piano di Argand-Gauss.

### **V Settimana (23 ottobre 2009)**

Scrittura di numeri interi in base  $b \geq 2$ . Esercizi sui numeri complessi.

### **VI Settimana (29 ottobre 2009 (due ore) e 30 ottobre)**

Criteri di divisibilità per  $2^t$ , 3, 9,  $5^t$ , 11. L'indicatore di Eulero è una funzione moltiplicativa.  $\varphi(p^h)$  con  $p$  numero primo.

### **VII Settimana (12-13 novembre)**

Permutazioni su un insieme  $X$ : definizione, prime proprietà ed esempi. Il caso  $X$  finito, cardinalità di  $S_n$ . Scrittura matriciale di una permutazione. Cicli e trasposizioni, cicli di una permutazione. Ordine di una permutazione, ogni elemento di  $S_n$  ha ordine finito, l'ordine di un  $m$ -ciclo è  $m$ . Ogni permutazione in  $S_n$  si scrive in modo unico (a meno dell'ordine) come composizione dei suoi cicli.

### VIII Settimana (19-20 novembre)

Scrittura di permutazioni come prodotto di trasposizioni, parita' di una permutazione. L'ordine di una permutazione in  $S_n$  e' il m.c.m. delle lunghezze dei suoi cicli. Definizione di orbita di un elemento sotto l'azione di una permutazione  $\sigma \in S(X)$ . Partizione del supporto di  $\sigma$  attraverso le orbite degli elementi di  $X$ . Esercizi.

### X Settimana (3 -4 dicembre)

Costruzione di  $\mathbb{Q}$  da  $\mathbb{Z}$ . Il campo dei quozienti di un dominio d'integrita'. Proprieta' di universalita' del campo dei quozienti. Campo dei quozienti di un anello di polinomi a coefficienti in un campo ed in un dominio integro. L'algoritmo Euclideo in  $K[X]$  ed esistenza del massimo comune divisore. Esercizi sulla divisione con resto in  $K[X]$ .

### XI Settimana (10 - 11 dicembre)

La regola di Ruffini. Relazione tra radici multiple e polinomio derivato. Una radice e' multipla se e solo se annulla il polinomio derivato. Un polinomio  $f(X)$  a coefficienti in un campo numerico ha una radice complessa multipla se e solo se  $\text{MCD}(f(x), f'(X))$  e' diverso da 1. Radici complesse e reali di polinomi a coefficienti reali. Richiami sulle radici complesse  $n$ -sime.

### XII Settimana (17 - 18 dicembre)

Esercizi sulla decomposizione in fattori irriducibili di polinomi a coefficienti in  $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_p$ . Criterio di irriducibilita' di Eisenstein. Irriducibilita' del  $p$ -esimo polinomio ciclotomico in  $\mathbb{Q}[X]$ . Criterio di irriducibilita' modulo un primo  $p$ . Schema riassuntivo sullo studio dell'irriducibilita' di polinomi a coefficienti razionali.