

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2009/2010
AL110 - Algebra 1
Tutorato 7 (16 novembre 2009)
E. Di Gloria - D. Menichetti

1. Stabilire se le seguenti equazioni diofantee ammettono soluzioni e, in caso affermativo, determinarle:

(a) $2X - 57Y = 100$

(b) $3X + 12Y = 11$

(c) $7X - 28Y = 14$

2. Scrivere 100 come somma di due interi positivi di cui uno multiplo di 7 e l'altro multiplo di 11 (Eulero, 1770)

3. Si consideri l'equazione diofantea:

$$4(\lambda - 5)X + 125Y = 60.$$

- (a) Determinare per quali valori del parametro $\lambda \in \mathbb{Z}$ l'equazione è risolvibile.

- (b) Determinare esplicitamente le soluzioni dell'equazione data per $\lambda = 31$.

4. In un teatro i biglietti costano 20 euro, ma è prevista una riduzione per gli studenti che pagano 15 euro. Se a fine serata il botteghino ha incassato 945 euro, vendendo più biglietti ridotti che interi, quanti studenti almeno e al più hanno assistito allo spettacolo?

5. Determinare tutte le eventuali soluzioni delle seguenti congruenze lineari:

(a) $10X \equiv 0 \pmod{50}$;

(b) $8X \equiv 14 \pmod{30}$;

(c) $6X \equiv 18 \pmod{24}$;

(d) $10X \equiv 32 \pmod{35}$;

(e) $33X \equiv 143 \pmod{242}$.

6. Determinare tutte le eventuali soluzioni dei seguenti sistemi di congruenze lineari:

$$\begin{cases} 5X \equiv 7 \pmod{9} \\ 9X \equiv 8 \pmod{13} \\ 11X \equiv 15 \pmod{20} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2X \equiv 4 \pmod{5} \\ 10X \equiv 6 \pmod{7} \\ 11X \equiv 14 \pmod{16} \\ 3X \equiv 6 \pmod{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10X \equiv 4 \pmod{12} \\ 8X \equiv 9 \pmod{5} \\ 8X \equiv 14 \pmod{49} \end{cases}$$

7. Determinare il più piccolo intero positivo soluzione del seguente sistema di congruenze lineari:

$$\begin{cases} 3X \equiv 5 \pmod{8} \\ 2X \equiv 3 \pmod{9} \\ 7X \equiv 6 \pmod{13} \\ 4X \equiv 1 \pmod{5} \end{cases}$$

8. Determinare tutte le eventuali soluzioni del seguente sistema di congruenze lineari:

$$\begin{cases} 3X \equiv 12 \pmod{13} \\ 8X \equiv 20 \pmod{28} \\ 9X \equiv 2 \pmod{11} \end{cases}$$

9. Trovare il più piccolo intero $a > 2$ tale che

$$2 \mid a, \quad 3 \mid a + 1, \quad 4 \mid a + 2, \quad 5 \mid a + 3, \quad 6 \mid a + 4.$$