

### **I Settimana (28 settembre 2012 - due ore)**

Assiomi di Peano; principio di induzione; metodo di dimostrazione per induzione.

Definizione di somma, prodotto e fattoriale di numeri naturali.

Esempi ed esercizi.

### **II Settimana (5 ottobre 2012 - due ore)**

Sistemi di Peano; sistemi di Peano equivalenti. Principio di induzione ampia. Principio del buon ordinamento. Coefficienti binomiali. Triangolo di Tartaglia. Formula del binomio. Esercizi.

### **III Settimana (12 ottobre 2012 - due ore)**

Definizione costruttiva di  $\mathbb{Z}$  a partire da  $\mathbb{N}$ . Introduzione delle operazioni di addizione e moltiplicazione in  $\mathbb{Z}$ . Principio di Dirichlet. Non esiste alcuna applicazione iniettiva da  $\{1, 2, \dots, m+1\}$  a  $\{1, 2, \dots, m\}$  per ogni  $m \in \mathbb{N}^+$ .

### **IV Settimana (19 ottobre 2012 - due ore)**

Esercizi sul MCD assegnati nel tutorato 4. Insiemi finiti. Un sottoinsieme di un insieme finito è finito. Intersezione e unione di un numero finito di insiemi finiti. Una applicazione da un insieme finito in se stesso è iniettiva se e solo se è suriettiva se e solo se è biiettiva. Numero degli elementi del prodotto cartesiano di due insiemi finiti. Numero delle applicazioni da un insieme finito in un insieme finito. Numero delle applicazioni iniettive da un insieme finito in un insieme finito. Numero delle applicazioni biettive (permutazioni) da un insieme finito in se stesso.

### **V Settimana (26 ottobre 2012 - due ore)**

Funzione caratteristica  $\chi_A$ . Esistenza di una applicazione biiettiva dall'insieme  $\mathcal{P}(X)$  nell'insieme  $\{0, 1\}^X$ . Se  $X$  è un insieme finito con  $n$  elementi, allora  $\mathcal{P}(X)$  ha  $2^n$  elementi (anche dimostrazione per induzione su  $n$ ). Determinazione del numero dei sottoinsiemi con  $k$  elementi di un insieme con  $n$  elementi. Esercizi in preparazione della prima prova di valutazione intermedia.

### **VI Settimana (9 novembre 2012 - due ore)**

Correzione della prima prova di valutazione intermedia.

### **VII Settimana (16 novembre 2012 - due ore)**

Elementi invertibili e zero-divisori in  $\mathbb{Z}_n$ . Scrittura di un numero naturale in base  $b$ . Criteri di divisibilità: per 2, 4,  $2^h$ , per 5 e le sue potenze, per 3, per 9 e per 11. Determinazione di un criterio di divisibilità per  $d$  con  $d$  numero naturale

primo con 10. Esempi.

### **VIII Settimana (23 novembre 2012 - due ore)**

Studio della congruenza  $X^2 \equiv 1 \pmod{n}$ . Se  $p$  è un numero primo dispari, la congruenza  $X^2 \equiv -1 \pmod{p}$  è risolubile se e solo se  $p \equiv 1 \pmod{4}$ . Associare a  $[a]_{nm}$  la coppia  $([a]_n, [a]_m)$  definisce una applicazione  $f$  da  $\mathbb{Z}_{nm}$  a  $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ ;  $f$  è biettiva se e solo se  $n$  ed  $m$  sono coprimi.

Proprietà delle potenze in un gruppo  $G$ ; definizioni dell'ordine di un elemento di un gruppo. Esempi. Proprietà dell'ordine di un elemento di un gruppo.

### **IX Settimana (30 novembre 2012 - due ore )**

$A_n$  ha  $\frac{n!}{2}$  elementi. Prime proprietà di un omomorfismo di un gruppo. Sottogruppo generato da un sottoinsieme di un gruppo. Sottogruppo generato da un elemento di un gruppo. Esempi. Sottogruppi di  $\mathbb{Z}$ . Definizione di gruppo ciclico. Esempi di gruppi ciclici.

### **XI Settimana (14 dicembre 2012 - due ore)**

Esercizi sui polinomi.

### **XII Settimana (20 dicembre 2012 - due ore; 21 dicembre 2012 - due ore)**

Lemma di Gauss. Polinomi irriducibili in  $\mathbb{Z}[X]$  ed in  $\mathbb{Q}[X]$ . Teorema di fattorizzazione unica in  $\mathbb{Z}[X]$ . Criterio di irriducibilità di Eisenstein. Irriducibilità del  $p$ -esimo polinomio ciclotomico in  $\mathbb{Q}[X]$ . Criterio di irriducibilità modulo un primo  $p$ .