

### **I Settimana (23-25 settembre 2014)**

Introduzione al corso. Elementi invertibili. Zero-divisori. Ideali. Omomorfismi e anelli quoziente. Ideali primi e massimali. Il Lemma di Zorn. Teorema di Krull: ogni ideale proprio è contenuto in un ideale massimale. Teorema fondamentale d'omomorfismo per gli anelli. I teoremi di isomorfismo. Ideali estesi e contratti.

### **II Settimana (30 settembre - 2 ottobre 2014)**

Operazioni con gli ideali. Prodotto e quoziente di ideali. Ideali coprimi. Il Teorema Cinese per gli anelli. Radicale di un ideale. Nilradicale e radicale di Jacobson. Anelli locali. Moduli su un anello. Esempi. Sottomoduli. Operazioni tra sottomoduli. Omomorfismi e modulo quoziente.  $\text{Hom}_A(M, N)$ . Teorema fondamentale dell'omomorfismo per i moduli. Generatori e basi. Prodotti diretti e somme dirette.

### **III Settimana (7-9 ottobre 2014)**

Proprietà universale del prodotto diretto. Proprietà universale della somma diretta. Somme dirette di sottomoduli. Moduli liberi. Caratterizzazioni dei moduli liberi. Moduli di torsione. Omomorfismi di moduli liberi. Invarianza della dimensione di un modulo libero.

### **III Settimana (14-16 ottobre 2014)**

Anello degli endomorfismi di un gruppo abeliano. Algebre. Algebre finite e finitamente generate.  $\text{End}_A(M)$ . Il "determinant trick". Il Teorema di Cayley-Hamilton. Successioni esatte e successioni esatte corte.

### **VSettimana (20 ottobre 2014)**

Anelli di frazioni: costruzione ed esempi. Anelli locali.

### **VI Settimana (27-28-30 ottobre 2014)**

Anello totale delle frazioni. Localizzazione. Esattezza della localizzazione. Proprietà locali. Estensione e contrazione di ideali. Ideali primi in anelli di frazioni. Ideali primari. Ideali primari in anelli di frazioni. Ideali primi minimali contenenti un ideale  $I$ . Ideali primi minimali di un anello  $A$ . Caratterizzazione degli ideali primi minimali di un anello. The prime avoidance theorem.

### **VII Settimana (11-13 novembre 2014)**

Decomposizione primaria di ideali. Decomposizione primaria minimale di un ideale. Primo teorema di unicità. Primi associati. Componenti isolate e componenti immerse. Secondo teorema di unicità. Ideali irriducibili. Condizione della catena ascendente e proprietà equivalenti. Anelli Noetheriani. Decomposizione

primaria in anelli Noetheriani. Correzione della prima prova di valutazione intermedia.

#### **VIII Settimana (17-20 novembre 2014)**

Anelli Noetheriani. Passaggio della Noetherianità ai quozienti e agli anelli di frazioni. Il Teorema della Base di Hilbert. Il Teorema di Cohen. Dipendenza integrale: condizioni equivalenti. Esempi. Transitività della dipendenza integrale.

#### **IX Settimana (25-27 novembre 2014)**

Chiusura integrale e sue proprietà: comportamento nel passaggio ai quozienti e agli anelli di frazioni. Dimensione della chiusura integrale: Lying over, Incomparabilità, Going up. Dimensione di Krull. Domini di valutazione; esempi e loro prime proprietà.

#### **X Settimana (2-4 dicembre 2014)**

Il Teorema di Krull sulla chiusura integrale. Domini di valutazione discreta. Valutazioni discrete e valutazioni  $p$ -adiche. Caratterizzazione dei domini di valutazione discreta tra i domini di valutazione.

#### **XI Settimana (9-11 dicembre 2014)**

Ideali frazionari: definizione ed esempi. Operazioni con gli ideali frazionari. Il monoide degli ideali frazionari non nulli. Il gruppo degli ideali frazionari invertibili. Un ideale frazionario invertibile è finitamente generato. In un dominio locale un ideale frazionario non nullo è invertibile se e solo se è principale. Se  $F$  è un ideale frazionario invertibile di un dominio  $D$ , allora  $S^{-1}F$  è un ideale frazionario invertibile di  $S^{-1}D$ . L'invertibilità è una proprietà locale. Domini di Prüfer e loro caratterizzazioni. Sovraanelli di domini di Prüfer.

#### **XII Settimana (16-18 dicembre 2014)**

Domini di Dedekind e loro caratterizzazioni. Fattorizzazione degli ideali nei domini di Dedekind. Il Teorema dell'Intersezione di Krull.