

CMA - Esercizi proposti (25-3-2015)

1. Si determini la soluzione generale del sistema lineare di equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x + 2y + 2(1 - \alpha)z + 1 \\ \dot{y} = x + \alpha y - 1 \\ \dot{z} = \alpha x + y + z + 2 \end{cases}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$. Al variare di α , si discuta se ci sono punti di equilibrio. Se sì, li si determini e se ne studi la stabilità.

2. Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$x^{(4)} + 3\ddot{x} - x = t \cosh t$$

3. Si consideri la seguente equazione per un oscillatore armonico smorzato e forzato:

$$\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = \cos^3 t \sin^2(t + \frac{\pi}{3})$$

Si discuta per quali valori di α e ω_0 il sistema omogeneo è sopra-critico, critico o sotto-critico. Si scelga a proprio piacimento un valore di (α, ω_0) corrispondente al caso sopracritico, e si determini la soluzione generale del problema non omogeneo assegnato per la scelta fatta di valore di (α, ω_0) .

4. Si determini la soluzione generale della seguente equazione per un oscillatore armonico smorzato e forzato:

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + x = \sin(t + \frac{\pi}{8})$$

I parametri assegnati a cosa corrispondono: al caso sopra-critico, critico o sotto-critico? La forzante assegnata è in risonanza o no con l'oscillatore?