

CMA - Primo esonero (30-3-2015)

1. (**8 punti**). Si consideri il sistema lineare di equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 3\alpha z + 1 \\ \dot{y} = 3x + 1 \\ \dot{z} = 3x + 2y - 3z + 1 \end{cases}$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (a) Al variare di α , si discuta quanti punti di equilibrio ammette il sistema e se ne studi la stabilità.
- (b) [**Facoltativo.**] Si scelga un valore di α per cui il sistema *non* ammette punti di equilibrio, e per tale valore si determini la soluzione generale del sistema.
2. (**8 punti**). Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$x^{(3)} - 7\dot{x} + 6x = 2 - e^{2t}$$

3. (**14 punti**). Si consideri la seguente equazione per un oscillatore armonico forzato:

$$\ddot{x} + \alpha\dot{x} + 4x = \sin^2 t \cos^2 3t$$

con $\alpha \geq 0$.

- (a) Si discuta per quali valori di α il sistema omogeneo è sopra-critico, critico o sotto-critico.
- (b) Si discuta se esistono delle scelte di $\alpha \geq 0$ per cui la forzante assegnata è in risonanza con l'oscillatore.
- (c) Si scelga a proprio piacimento un valore di α corrispondente al caso sopra-critico, e si determini con tale scelta di α la soluzione generale del problema non omogeneo assegnato.