

CMA - Primo scritto (8-6-2015)

1. **(12 punti)**. Si consideri il sistema lineare di equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha^2 x + \alpha y \\ \dot{y} = x + y - 1 \end{cases}$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (a) Al variare di α , si discuta quanti punti di equilibrio ammette il sistema e se ne studi la stabilità.
 - (b) Si scelga un valore di α per cui il sistema ammette infiniti punti di equilibrio. Per tale scelta di α , si determini la soluzione generale del sistema, e si disegni il grafico delle traiettorie (con verso) sul piano x - y .
2. **(6 punti)**. Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$x^{(5)} - \dot{x} = \sinh t$$

3. **(12 punti)**. Si consideri la seguente equazione per un oscillatore armonico forzato:

$$\ddot{x} + x = [\sin(t/3)]^k,$$

con $k \in \mathbb{N}$.

- (a) Per quali valori di k la forzante assegnata è in risonanza con l'oscillatore?
- (b) Si scelga a proprio piacimento un valore di k corrispondente a una risonanza, e per tale scelta di k si determini la soluzione generale del problema non omogeneo assegnato.