

CMA - Secondo scritto (13-7-2015)

1. **(10 punti)**. Si consideri il sistema lineare di equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y + \alpha z \\ \dot{y} = x + y + \alpha \\ \dot{z} = x + y - 2 - \alpha \end{cases}$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (a) Al variare di α , si discuta quanti punti di equilibrio ammette il sistema e se ne studi la stabilità.
- (b) Si scelga un valore di α per cui il sistema ammette infiniti punti di equilibrio. Per tale scelta di α , si determini la soluzione generale del sistema.
2. **(8 punti)**. Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$x^{(4)} + \dot{x} = t - e^{-t}$$

3. **(12 punti)**. Si consideri la seguente equazione per un oscillatore armonico forzato:

$$\ddot{x} + 4x = [\sin(t/2) + \cos(t/2)]^k,$$

con $k \in \mathbb{N}$.

- (a) Per quali valori di k la forzante assegnata è in risonanza con l'oscillatore?
- (b) Si scelga a proprio piacimento un valore di k corrispondente a una risonanza, e per tale scelta di k si determini la soluzione generale del problema non omogeneo assegnato.