

**CMA - Terzo scritto (10-9-2015)**

1. **(10 punti)**. Si consideri il sistema lineare di equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x + y + 1 \\ \dot{y} = x + y \\ \dot{z} = x + z - \alpha \end{cases}$$

con  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

- (a) Al variare di  $\alpha$ , si discuta quanti punti di equilibrio ammette il sistema e se ne studi la stabilità.
- (b) Si scelga un valore di  $\alpha$  per cui il sistema non ammette punti di equilibrio. Per tale scelta di  $\alpha$ , si determini la soluzione generale del sistema.
2. **(8 punti)**. Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$x^{(3)} + 4\dot{x} = t + \sin 2t$$

3. **(12 punti)**. Si consideri la seguente equazione per un oscillatore armonico forzato:

$$\ddot{x} + x = \sin^2(\omega t),$$

con  $\omega > 0$ .

- (a) Per quali valori di  $\omega$  la forzante assegnata è in risonanza con l'oscillatore?
- (b) Si determini la soluzione generale del problema non omogeneo assegnato per ogni  $\omega > 0$ , distinguendo il caso non risonante da quello risonante.