

Docente: Prof. Alessandro Giuliani

• **EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE: richiami e complementi**

- Richiami su esistenza e unicità delle soluzioni di sistemi di equazioni differenziali ordinarie: teorema di Cauchy, prolungamento di una soluzione, unicità del prolungamento massimale, comportamento della soluzione ai bordi del dominio di esistenza massimale.
- Teorema di stime a priori per l'esistenza globale. Esistenza globale della soluzione alle equazioni di Newton per potenziali limitati dal basso. Cenni su esistenza, unicità, prolungabilità e stime a priori nel caso dipendente dal tempo. Esistenza globale per sistemi lineari con coefficienti dipendenti dal tempo.
- Sistemi di equazioni differenziali lineari: strategia generale di soluzione per sistemi lineari a coefficienti costanti, sia omogenei che non omogenei: il caso diagonalizzabile e il caso generale.
- L'oscillatore armonico smorzato e forzato. Risonanze. Risonanza parametrica. Cenni sull'effetto di una forzante nel caso di oscillatori non lineari.

• **FREQUENZE DI VISITA, ERGODICITÀ, COMPLESSITÀ DEI MOTI**

- Moti quasi-periodici. Il caso di frequenze irrazionali: riempimento denso dello spazio delle fasi.
- Tempi di convergenza per moti quasi-periodici irrazionali. Frazioni continue e approssimazioni razionali di numeri irrazionali.
- Frequenze di visita. Ergodicità: definizione. Ergodicità dei moti quasi-periodici irrazionali. Sistemi dinamici mescolanti.
- Osservazioni a tempi discreti, errori di osservazione. Metodo MonteCarlo. Digressione: legge dei grandi numeri e disuguaglianza di Chebyscev.
- Complessità (entropia) di un moto. I moti quasi-periodici hanno complessità nulla. Complessità dello schema di Bernoulli. Cenni alla teoria del caos deterministico.

• **SISTEMI MECCANICI SPECIALI**

- Integrali primi nascosti nei sistemi super-integrabili: il problema di Keplero e l'oscillatore armonico.
- Diffusione di Rutherford.
- Sistemi di oscillatori armonici accoppiati e l'equazione delle onde.
- Integrabilità del corpo rigido. Angoli di Eulero. La trottola simmetrica leggera e pesante.

• **INTEGRABILITÀ CANONICA E TEORIA DELLE PERTURBAZIONI**

- Integrabilità canonica: esempi. Variabili azione-angolo: il caso dell'oscillatore armonico.
- Variabili azione-angolo: il problema dei due corpi. Anomalia media e anomalia eccentrica. Il problema dei 3 corpi nelle variabili Kepleriane.
- Teoria delle perturbazioni. Equazione secolare.
- Il calcolo perturbativo della precessione del perielio di Mercurio.
- Teorema KAM: enunciato e applicabilità al problema degli n corpi (il sistema solare).

Testi principali di riferimento:

- G. Gallavotti: *Meccanica Elementare*, ed. P. Boringhieri, Torino, 1986.
[Versione inglese: *The elements of mechanics*, Springer-Verlag, 1983, disponibile online su <http://ricerca.mat.uniroma3.it/ipparco/pagine/libri.html>]
- G. Gallavotti, F. Bonetto, G. Gentile: *Aspects of the ergodic, qualitative and statistical theory of motion*, Springer-Verlag 2004, disponibile online su <http://ricerca.mat.uniroma3.it/ipparco/pagine/libri.html>
- L.D. Landau, E.M. Lifshitz: *Meccanica*, Editori Riuniti, Roma, 1976.
- V.I. Arnold: *Metodi Matematici della Meccanica Classica*, Editori Riuniti, Roma, 1979.
- G. Gentile: *Introduzione ai Sistemi Dinamici: 1 e 2*, disponibile online su <http://www.mat.uniroma3.it/users/gentile/2014-2015/FM410/testo.html>