

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2011/2012
FM210 - Fisica Matematica 1
TUTORATO II - ROBERTO FEOLA (06-10-11)

ESERCIZIO 1. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{x \log x}{\sin t} \\ x\left(\frac{\pi}{2}\right) = e \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{3 + (2 - x^2t)e^t}{t^2 x e^t} \\ x(1) = 1 \end{cases}$$

(*Suggerimento:* considerare la sostituzione $y = tx$.)

ESERCIZIO 3. Risolvere il problema di Cauchy in \mathbb{R}

$$\begin{cases} \dot{x} = 4t^2(x - t) + 2 - x^2t \\ x(0) = \alpha \end{cases}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinare l'intervallo di definizione della soluzione.

(*Suggerimento:* Si cerchi soluzione della forma $x(t) = 2t - y(t)$.)

ESERCIZIO 4. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{1}{t}x + e^{-t} \\ x(1) = x_0 \end{cases}$$

al variare del dato iniziale $x_0 \in \mathbb{R}$ e determinarne l'intervallo di definizione. Calcolare il limite di $x(t)$ per $t \rightarrow \infty$ al variare di x_0 .

Dimostrare inoltre che $\forall x_0$ la soluzione non è prolungabile a tutto \mathbb{R} .

ESERCIZIO 5. Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{t}{x(-t^4 + 2\sqrt{3}t - 4)} \\ x(0) = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \end{cases}$$

Trovare la soluzione massimale. Dire se l'intervallo di definizione è un chiuso.