# Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2012/2013
# FM210 - Fisica Matematica 1

Tutorato I - Martha Faraggiana e Enzo Livrieri (4-10-2012)

Esercizio 1. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}, \qquad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Se ne trovi la soluzione al variare del dato iniziale

Esercizio 2. Si consideri il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 = x_3 \end{cases}$$

con dato iniziale $(x_1(0), x_2(0), x_3(0)) = (0, 1, 1)$. Se ne trovi la soluzione.

Esercizio 3. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}, \qquad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2, \qquad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1+\alpha & 5 \end{pmatrix}, \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

- Si calcolino gli autovalori al variare del parametro $\alpha$ e si discuta la natura qualitativa del moto corrispondente.
- Determinare gli autovettori di $A$
- Scrivere l'integrale generale del sistema
- Scrivere la soluzione particolare corrispondente al dato iniziale $\mathbf{x} = (-1, 2)$.

Esercizio 4. L'equazione

$$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I = \frac{d}{dt}E(t) \qquad R, L, C > 0$$

descrive la corrente $I(t)$ in un circuito con una restistenza $R$, una induttanza $L$ e una capacità $C$ collegate in serie, cui è stata applicata una forza elettromotrice $E(t)$. Assumendo $E(t) = E_0 \sin \omega_0 t$, scrivere un sistema di equazioni differenziali del primo ordine equivalente all'equazione e risolverlo al variare dei dati iniziali, in corrispondenza dei parametri: $R = 10\,\Omega$, $L = 1$ mH, $C = 1$ mF, $E_0 = 1$ V/m, $\omega_0 = 2\pi \cdot 10$Hz.

Esercizio 5. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}, \qquad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, \qquad A = \begin{pmatrix} -3 & 7 & \sqrt{2} \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

con condizioni iniziali generiche $(x(0), y(0), z(0)) = (x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3$ e se ne trovi la soluzione.

Esercizio 6. Dato il sistema non omogeneo

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y - 3 \\ \dot{y} = -y + \alpha x + 3 \end{cases}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ si determinino le soluzioni del sistema.