

Docente: Dr. Alessandro Giuliani

• **LE EQUAZIONI DELLA MECCANICA**

- Equazioni di Newton. Forze posizionali e conservative. Condizioni necessarie e sufficienti affinché un sistema di forze sia conservativo. Grandezze conservate e integrali primi. Conservazione dell'energia meccanica.

• **RICHIAMI DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE.**

- Derivata sostanziale. Richiami su esistenza e unicità delle soluzioni di sistemi di equazioni differenziali ordinarie: teorema di Cauchy, prolungamento di una soluzione, unicità del prolungamento massimale, comportamento della soluzione ai bordi del dominio di esistenza massimale.
- Teorema di stime a priori per l'esistenza globale. Esistenza globale della soluzione alle equazioni di Newton per potenziali limitati dal basso. Cenni su esistenza, unicità, prolungabilità e stime a priori nel caso dipendente dal tempo. Esistenza globale per sistemi lineari con coefficienti dipendenti dal tempo.
- Sistemi di equazioni differenziali lineari: strategia generale di soluzione per sistemi lineari a coefficienti costanti, sia omogenei che non omogenei: il caso diagonalizzabile. Un'applicazione notevole: l'oscillatore armonico smorzato e forzato.

• **ANALISI QUALITATIVA DEL MOTO E STABILITÀ:
IL CASO DEI SISTEMI MECCANICI UNIDIMENSIONALI**

- Sistemi meccanici conservativi unidimensionali: costruzione delle traiettorie nello spazio delle fasi, soluzione per quadrature del moto, calcolo del periodo. Piccole oscillazioni.
- Punti di equilibrio e definizione di stabilità alla Ljapunov. Stabilità e instabilità dei punti di equilibrio del pendolo. Effetto dell'attrito sul punto di equilibrio stabile del pendolo: asintotica stabilità.

• **MECCANICA LAGRANGIANA**

- Introduzione al calcolo delle variazioni e alla meccanica Lagrangiana: lo spazio dei moti, lo spazio delle variazioni, nozione di stazionarietà e di minimo relativo per l'azione Lagrangiana. Equazioni di Eulero-Lagrange. Equivalenza tra le equazioni di Newton per sistemi meccanici conservativi unidimensionali e stazionarietà dell'azione.
- Il principio di minima azione per sistemi meccanici conservativi unidimensionali. Invarianza del principio di stazionarietà dell'azione lagrangiana. Il principio di stazionarietà in più dimensioni, per sistemi di punti materiali in $d = 1, 2, 3$.
- Introduzione ai moti vincolati. La nozione di vincolo olonomo bilatero regolare e di sistemi di vincoli indipendenti. Il principio di D'Alembert.
- Sistemi di punti materiali sottoposti a sistemi di vincoli ideali. Il principio di stazionarietà dell'azione di lagrangiana (Energia cinetica – energia potenziale) per sistemi sottoposti a sistemi di vincoli ideali. Le equazioni di Eulero-Lagrange come le equazioni del moto sul vincolo.
- Conservazione dell'energia per Lagrangiane generali indipendenti dal tempo.
- Un esempio notevole: il pendolo sferico.

• MOTI IN CAMPO CENTRALE

- Introduzione ai moti in campo centrale. Riduzione del problema a due corpi al problema a un corpo: moto del baricentro e moto relativo.
- Conservazione del momento angolare e super-integrabilità del moto. Il moto in coordinate polari sul piano ortogonale al momento angolare. Potenziale efficace per il moto radiale. Natura del moto complessivo per sistemi in campo centrale. L'equazione della traiettoria.
- Moto in campo gravitazionale: soluzione del problema dei due corpi, leggi di Keplero. Relazione tra il numero di integrali primi e la natura periodica o quasi-periodica del moto. Cenni al problema degli n corpi.

• CAMBIAMENTI DI SISTEMI DI RIFERIMENTO E CORPO RIGIDO

- Cambiamenti di sistemi di riferimento: leggi di trasformazione delle posizioni e delle velocità. Matrice di rotazione e vettore velocità angolare.
- Leggi di trasformazione delle forze. Forze fittizie: forze inerziali, di Coriolis e centrifuga. Un esempio notevole: il pendolo di Foucault.
- Corpo rigido: definizione. Sistema di riferimento solidale. Cinematica del corpo rigido: quantità di moto e momento angolare. La matrice d'inerzia: assi principali e momenti principali di inerzia. Energia cinetica del corpo rigido.
- Dinamica del corpo rigido: le equazioni cardinali della dinamica.
- Angoli di Eulero. Integrazione delle equazioni per la dinamica del corpo rigido: il pendolo fisico; la trottola simmetrica in assenza di forze esterne; la trottola simmetrica pesante con punto fisso.

Testi principali di riferimento:

- G. Gentile: *Introduzione ai Sistemi Dinamici: 1*, disponibile online su <http://www.mat.uniroma3.it/users/gentile/2011/testo/testo.html>
- G. Gallavotti: *Meccanica Elementare*, ed. P. Boringhieri, Torino, 1986.
[Versione inglese: *The elements of mechanics*, Springer-Verlag, 1983]

Testi di riferimento aggiuntivi:

- V.I. Arnold: *Metodi Matematici della Meccanica Classica*, Editori Riuniti, Roma, 1979.
- L.D. Landau, E.M. Lifshitz: *Meccanica*, Editori Riuniti, Roma, 1976.