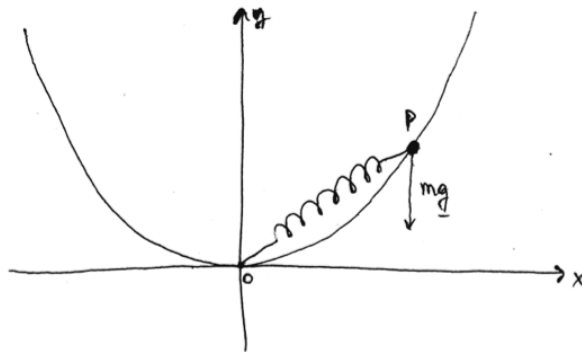


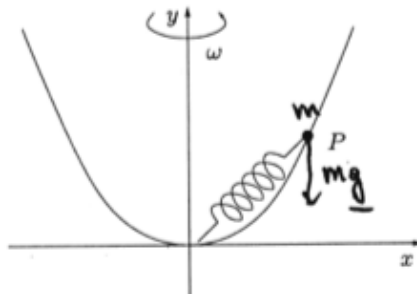
Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2013/2014
FM210 - Fisica Matematica 1
TUTORATO 6 (15-11-2013)

ESERCIZIO 1. Si consideri il sistema lagrangiano costituito da un punto materiale di massa m , vincolato a muoversi in un piano verticale (x, y) , lungo il profilo di equazione $y = x^2/\ell_0$. Il punto è sottoposto alla forza di gravità ed è collegato all'estremo di una molla di costante elastica $k > 0$.

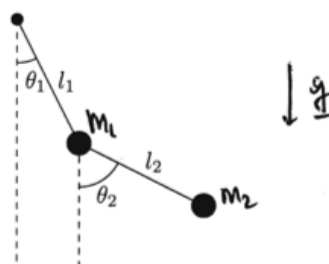


- Si scriva la lagrangiana del sistema nelle coordinate adattate al vincolo.
- Si derivino le equazioni del moto sul vincolo.
- Si identifichi una grandezza conservata.
- Si risolva il moto per quadrature.

ESERCIZIO 2. Si ripeta l'esercizio precedente, nel caso in cui il piano verticale (x, y) ruota intorno all'asse verticale con velocità angolare costante. In particolare, si identifichino i punti di equilibrio del sistema e se ne discuta la stabilità al variare di ω .



ESERCIZIO 3. Si consideri il doppio pendolo, come in figura.



Si scriva la lagrangiana del sistema nelle coordinate $(\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)$, e la si usi per derivare le equazioni del moto sul vincolo. Si riconosca che tali equazioni sono le stesse derivate a esercitazioni con il metodo di eliminazione delle reazioni vincolati:

$$l_1 \ddot{\theta}_1 = \frac{g[-m_1 \sin \theta_1 + m_2 \cos \theta_2 \sin(\theta_2 - \theta_1)] + m_2 [l_2 \dot{\theta}_2^2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos(\theta_2 - \theta_1)] \sin(\theta_2 - \theta_1)}{m_1 + m_2 \sin^2(\theta_2 - \theta_1)}$$

$$l_2 \ddot{\theta}_2 = \frac{-g(m_1 + m_2) \cos \theta_1 \sin(\theta_2 - \theta_1) - [(m_1 + m_2) l_1 \dot{\theta}_1^2 + m_2 l_2 \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2 - \theta_1)] \sin(\theta_2 - \theta_1)}{m_1 + m_2 \sin^2(\theta_2 - \theta_1)}.$$

Si identifichino le posizioni di equilibrio e se ne studi la stabilità.