

Programma del Corso di:

FM430 - Meccanica Statistica Matematica

A.A. 2018/2019

Docente: Prof. Alessandro Giuliani

• INTRODUZIONE ALLA MECCANICA STATISTICA E STATI DI GIBBS

- Modelli di meccanica statistica: ensemble canonico, grancanonico e stati di Gibbs.
- Modelli di gas su reticolo e di spin tipo Ising. Esistenza del limite termodinamico per l'energia libera in modelli di spin su reticolo.
- La struttura generale degli stati di Gibbs. Stati estremali e miscugli. La nozione di transizione di fase: perdita di analiticità e non unicità dello stato di Gibbs.

• IL MODELLO DI ISING

- Rassegna dei risultati noti sul modello di Ising in una o più dimensioni.
- Disuguaglianze di Griffiths. Esistenza delle funzioni di correlazione degli stati con condizioni $+$ e $-$ nel modello di Ising ferromagnetico.
- La soluzione del modello di Ising unidimensionale a primi vicini con la matrice di trasferimento.
- Assenza di transizione di fase e decadimento esponenziale delle funzioni di correlazione. La rappresentazione geometrica del modello di Ising in due dimensioni: contorni di alta e bassa temperatura.
- Il modello di Ising in campo medio: soluzione esatta. Transizione di fase e perdita di equivalenza tra ensemble statistici
- Ising con interazioni a lunga portata (potenziali di Kac) nel limite di campo medio. Costruzione di Maxwell.
- Teorema di Lee-Yang.
- Esistenza di una transizione di fase nel modello di Ising in una dimensione con interazione $|x - y|^{-p}$, $1 < p < 2$. Il modello gerarchico.
- Esistenza di una transizione di fase nel modello di Ising a primi vicini in due dimensioni: l'argomento di Peierls.
- Espansione di alta temperatura (cluster expansion). Calcolo dei coefficienti di Meyer con il metodo algebrico.
- Convergenza della cluster expansion: analiticità dell'energia libera ad alta e bassa temperatura. Alcune conseguenze della convergenza della cluster expansion: decadimento esponenziale delle funzioni di correlazione connesse ad alta e bassa temperatura. Unicità dello stato di Gibbs ad alta temperatura. Esistenza di esattamente due stati puri a bassa temperatura.
- Soluzione esatta del modello di Ising in due dimensioni: rassegna sui risultati noti. Esponenti critici e divergenza logaritmica del calore specifico. Rappresentazione della funzione di partizione come modello di dimeri.
- Rappresentazione del modello di dimeri come integrale funzionale Grassmanniano. Integrali gaussiani Grassmanniani.
- Calcolo dell'energia libera di Ising (formula di Onsager) con l'integrale funzionale Grassmanniano. Calcolo delle funzioni di correlazione energia-energia.
- Cenni sulla teoria del punto critico per modelli di Ising non esattamente risolvibili in due o più dimensioni.

Testi principali di riferimento:

- G. Gallavotti: *Statistical Mechanics. A short treatise*, ed. Springer-Verlag, 1999.
- G. Gallavotti, F. Bonetto, G. Gentile: *Aspects of the ergodic, qualitative and statistical theory of motion*, ed. Springer-Verlag, 2004.
- G. Gallavotti, A. Martin-Löf, S. Miracle-Solé: *Some problems connected with the phase separation in the Ising model at low temperature*, Lecture notes in Physics, vol. 20, ed. A. Lenard, Springer Verlag, Berlin, pp.162-204 (1973).
- D. Ruelle: *STATISTICAL MECHANICS - Rigorous Results*, World Scientific, 1999.
- S. Friedli, Y. Velenik: *Statistical Mechanics of Lattice Systems: a Concrete Mathematical Introduction*, Cambridge University Press, 2017.
- L. D. Landau, E. M. Lifschitz: *Physique Statistique*, MIR, Moscow, 1984.
- K. Huang: *Statistical Mechanics*, Wiley and Sons, 1987.