

Esercitazione 1 (8/3/2017)

Esercizio 1 Considerare il moto di un punto materiale di massa $m = 1$ in una dimensione, soggetto ad un potenziale $V(x)$:

$$\ddot{x} = -V'(x),$$

dove $V(x) = \frac{x^4}{4} + \alpha \frac{x^2}{2}$.

- Trovare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, i punti di equilibrio del sistema e studiarne la stabilità.
- Nel caso di punti di equilibrio stabile corrispondenti a minimi stretti non degeneri, si derivi l'equazione linearizzata e si calcoli la frequenza angolare delle piccole oscillazioni.

Esercizio 2 Si considerino due masse puntiformi di massa m e coordinate $\mathbf{r}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

e $\mathbf{r}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$: le due masse si muovono su un piano verticale, soggette alla forza di gravità. Le due masse sono collegate tra loro da una molla di costante elastica k e lunghezza di riposo nulla. Inoltre, la prima massa è collegata all'origine da una molla di costante elastica k_1 e lunghezza di riposo nulla, mentre la seconda massa è collegata al punto $(\ell, 0)$ da una molla identica, i.e., di costante elastica k_1 e lunghezza di riposo nulla (si supponga che, come usuale, l'asse x è orizzontale, mentre l'asse y è verticale e orientato verso l'alto).

- Si determinino le posizioni di equilibrio del sistema e se ne discuta la stabilità.
- Si calcolino le frequenze di oscillazione dei modi normali attorno al punto di equilibrio stabile.

NOTA: si riconosca che il sistema assegnato è lineare