

3° tutorato - FM210/MA - 24/3/2017

Esercizio 1 Si consideri il moto di un punto materiale di massa m soggetto ad un potenziale centrale

$$V(|\mathbf{r}|) = V_0 \left(\frac{1}{10} \left(\frac{r_0}{|\mathbf{r}|} \right)^{10} - \frac{1}{6} \left(\frac{r_0}{|\mathbf{r}|} \right)^6 \right) \quad (1)$$

dove $V_0, r_0 > 0$.

- Scrivere l'equazione del moto e verificare esplicitamente la conservazione dell'energia meccanica e del momento angolare.
- Si studi qualitativamente il moto e lo si risolva per quadrature, supponendo che il modulo L del momento angolare sia non nullo. Più precisamente:
 1. si studi il moto radiale: si disegnino i grafici del potenziale efficace e delle curve di livello corrispondenti, si discuta la natura qualitativa del moto radiale al variare di E e di L , si esibisca la soluzione per quadrature, e si calcoli il periodo dei moti limitati non critici in termini di un integrale definito.
 2. si studi il moto angolare: in particolare, nei casi in cui il moto radiale è periodico, si calcoli il secondo periodo del moto angolare in termini di un integrale definito.
 3. si discuta in quali casi il moto complessivo è periodico, e in quali casi è quasi-periodico.

Esercizio 2 Si consideri il moto di un punto materiale di massa $m = 1$ soggetto ad un potenziale centrale

$$V(\rho) = \left(-\frac{1}{|\mathbf{r}|} - \frac{1}{3|\mathbf{r}|^3} \right). \quad (2)$$

- Scrivere l'equazione del moto e verificare esplicitamente la conservazione dell'energia meccanica e del momento angolare.
- Al variare del modulo L del momento angolare, si studi qualitativamente il moto e lo si risolva per quadrature. Più precisamente:
 1. si studi il moto radiale: si disegnino i grafici del potenziale efficace e delle curve di livello corrispondenti, si discuta la natura qualitativa del moto radiale al variare di E e di L , si esibisca la soluzione per quadrature, e si calcoli il periodo dei moti limitati non critici in termini di un integrale definito.
 2. si studi il moto angolare: in particolare, nei casi in cui il moto radiale è periodico, si calcoli il secondo periodo del moto angolare in termini di un integrale definito.
 3. si discuta in quali casi il moto complessivo è periodico, e in quali casi è quasi-periodico.
 4. nei casi in cui il moto consiste in una caduta verso il centro, si discuta se il tempo di caduta è finito o infinito.

Esercizio 3 Si consideri il moto di un punto materiale di massa m soggetto ad un potenziale centrale

$$V(|\mathbf{r}|) = V_0 \left(-\frac{1}{4} \left(\frac{|\mathbf{r}|}{r_0} \right)^4 + \frac{1}{2} \left(\frac{|\mathbf{r}|}{r_0} \right)^2 \right) \quad (3)$$

con $V_0, r_0 > 0$.

- Scrivere l'equazione del moto e verificare esplicitamente la conservazione dell'energia meccanica e del momento angolare.
- Si studi qualitativamente il moto e lo si risolva per quadrature, supponendo che il modulo L del momento angolare sia non nullo. Più precisamente:
 1. si studi il moto radiale: si disegnino i grafici del potenziale efficace e delle curve di livello corrispondenti, si discuta la natura qualitativa del moto radiale al variare di E e di L , si esibisca la soluzione per quadrature, e si calcoli il periodo dei moti limitati non critici in termini di un integrale definito.
 2. si studi il moto angolare: in particolare, nei casi in cui il moto radiale è periodico, si calcoli il secondo periodo del moto angolare in termini di un integrale definito.
 3. si discuta in quali casi il moto complessivo è periodico, e in quali casi è quasi-periodico.
 4. per i moti aperti, si discuta se la soluzione è globale o no.