

## Sistemi di riferimento

ESERCIZIO 1. Un'autobus si muove lungo il percorso rettilineo da  $A$  a  $B$  con accelerazione costante  $a > 0$ , partendo al tempo  $t = 0$  da fermo dal punto  $A$ . Scelto un sistema di riferimento fisso  $\kappa$  con asse  $y$  lungo la direttrice  $AB$ , asse  $z$  lungo la verticale (così che  $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$ ) e asse  $x$  scelto conseguentemente, si scelga un sistema di riferimento mobile  $K$  solidale all'autobus e si calcolino:

1. le leggi di trasformazione delle coordinate e delle velocità da  $\kappa$  a  $K$ .

Durante il tragitto da  $A$  a  $B$  un passeggero all'interno dell'autobus lancia una pallina di massa  $m$  verso l'alto (nel suo sistema di riferimento).

2. Si scrivano le equazioni del moto della pallina nel sistema di riferimento  $K$ .
3. Si risolvano tali equazioni in corrispondenza del dato iniziale assegnato.
4. Si dica a che distanza dal punto di lancio ricade la pallina.

ESERCIZIO 2. Al luna park, Luigi decide di salire sul galeone dei pirati, una giostra che oscilla nel modo seguente: il galeone è sospeso a un braccio meccanico di lunghezza  $R$ , contenuto nel piano verticale  $xz$ , che vincola il galeone a muoversi sulla circonferenza verticale di raggio  $R$  e centro nel fulcro del braccio. Se  $\theta$  è l'angolo formato dal braccio con la verticale, la legge oraria del moto angolare è  $\theta(t) = \sin(\kappa t)$ , con  $\kappa > 0$ . Dopo aver scelto un sistema di riferimento fisso  $\kappa$  e uno in moto  $K$  solidale a Luigi mentre si trova sulla giostra (durante la corsa Luigi rimane legato e fermo su un sedile del galeone, che possiamo supporre coincidente con l'origine del sistema mobile), si scrivano:

1. le leggi di trasformazione delle coordinate e delle velocità da  $\kappa$  a  $K$ ;
2. la forza totale, per componenti, a cui è soggetto Luigi (si assuma che Luigi sia soggetto, oltre che alle forze fittizie dovute al moto di  $K$  rispetto a  $\kappa$ , anche alla forza peso). Qual è l'intensità di tale forza al variare del tempo?

## Calcolo dei Momenti di Inerzia

ESERCIZIO 1. Si calcolino i momenti principali di inerzia dei seguenti corpi rigidi rispetto al loro centro di massa:

1. Disco sottile omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$  [Risposta:  $I_1 = I_2 = \frac{1}{4}MR^2$ ,  $I_3 = \frac{1}{2}MR^2$ ].
2. Lamina quadrata sottile omogenea di lato  $\ell$  e massa  $M$  [Risposta:  $I_1 = I_2 = \frac{1}{12}M\ell^2$ ,  $I_3 = \frac{1}{6}M\ell^2$ ].
3. Cilindro circolare retto omogeneo di massa  $M$ , raggio  $R$  e altezza  $h$  [Risposta:  $I_1 = I_2 = \frac{1}{12}M(3R^2 + h^2)$ ,  $I_3 = \frac{1}{2}MR^2$ ].
4. Sfera omogenea di massa  $M$  e raggio  $R$  [Risposta:  $I_1 = I_2 = I_3 = \frac{2}{5}MR^2$ ].

ESERCIZIO 2. Si dimostri il seguente teorema (Huygens-Steiner): Sia dato un corpo rigido con centro di massa  $G$  e distribuzione di massa  $\{\mathbf{q}_i, m_i\}$ . Assegnate due rette parallele  $r_0$  ed  $r_1$  in direzione  $\hat{\xi}$  e passanti la prima per  $G$  e la seconda per un punto  $P$ , vale la seguente identità:

$$I(r_1) = I(r_0) + Md^2$$

dove  $I(r_i) = \sum_i m_i \text{dist}^2(\mathbf{q}_i, r_i)$  è il momento di inerzia del corpo rigido rispetto alla retta  $r_i$ , e  $d$  è la distanza tra  $r_0$  ed  $r_1$ .