

# I Appello - Equazioni differenziali della fisica

Docente: Dott. Pierpaolo Esposito

7 Marzo 2008

## Esercizio 1

Determinare la funzione di Green del dominio

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 1, x > 0, 0 < y < \sqrt{3}x\}.$$

## Esercizio 2

Sia  $u \in C^2(\Omega)$  una soluzione di  $\Delta u = u$  in  $\Omega$ . Mostrare che  $u$  non ammette punti di massimo positivo e di minimo negativo in  $\Omega$ .

## Esercizio 3

Trovare la soluzione (formale) della seguente equazione:

$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = t^2 \sin^3 x & \text{per } (x, t) \in (0, \pi) \times \mathbb{R} \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 & \text{per } t \in \mathbb{R} \\ u(x, 0) = \sin^2 x, \quad u_t(x, 0) = x \sin x & \text{per } x \in (0, \pi). \end{cases}$$

## Esercizio 4

Determinare la soluzione  $u(x, y)$  dell'equazione

$$(x + 2y)u_x + (3x + 2y)u_y = (3x - 2y)u$$

tale che la curva  $2 < s \rightarrow \gamma(s) = (s, s + 1, s^2)$  appartenga al grafico di  $u$ . Discuterne l'insieme di esistenza.