Nome: **Cognome:**
Matricola: **E-mail:**

APPELLO INVERNALE – 15 FEBBRAIO 2010

- **Motivare il lavoro svolto**
- **È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti**

Esercizio 1.
Determinare la funzione di Green dell'operatore di Laplace sul dominio

$$\Omega := \{(r\cos\theta, r\sin\theta, z) \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad z \in \mathbb{R},\ r > 0,\ 0 < \theta < \frac{\pi}{3}\}$$

con condizioni al bordo nulle.

Esercizio 2.
Sia $R > 0$ e $\Omega := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \ : \ x_1^2 + x_2^2 > R^2\}$. Si determini la soluzione $u \in C^2(\Omega) \cap C^0(\bar{\Omega}) \cap L^\infty(\Omega)$ al problema di Dirichlet

$$\begin{cases} \Delta u(\mathbf{x}) = 0\ , & \forall \mathbf{x} \in \Omega\ , \\ u(R\cos\theta, R\sin\theta) = V_0|\sin\theta|\ . \end{cases}$$

Esercizio 3a.
Risolvere l'equazione del calore unidimensionale $u_t - Du_{xx} = 0$ per $(x,t) \in [0,2] \times [0,\infty)$, con condizioni al bordo nulle $u(0,t) = u(2,t) = 0$ e dato iniziale $u(x,0) = 4x - x^3$.

Esercizio 3b.
Risolvere l'equazione delle onde unidimensionale $u_{tt} - v^2 u_{xx} = 0$ per $(x,t) \in [0,2] \times \mathbb{R}$ con condizioni al bordo nulle $u(0,t) = u(2,t) = 0$ e dati iniziali $u(x,0) = 4x - x^3$, $u_t(x,0) = 0$.