

Compito di Elementi di Analisi II a.a. 2007/2008

Sessione estiva - 19/6/2008

1) Studiare la convergenza della seguente successione di funzioni:

$$u_n(x) = \int_0^x dy \cos^2 ny, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

e calcolarne l'eventuale limite.

2) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{(2n-1)3^{n-1}}$$

e calcolarne l'eventuale somma.

3) Determinare e disegnare il dominio di definizione della funzione

$$f(x, y) = \arcsin \sqrt{\log(2x^2 - y)}$$

4) Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 \log(1 + x^2 + y^5)}{\tan(x^2 + y^2) - \sin(x^2 + y^2)}$$

5) Trovare il dominio di definizione e gli eventuali punti di massimo e di minimo della funzione

$$f(x, y) = x(2y - 1)e^{-x^2 - y^2}$$

6) Trovare l'integrale generale dell'equazione:

$$y'' + y = x - \cos x$$

7) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = 5x - 4y \\ \dot{y} = -5y + 4x \\ x(0) = 3 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$