

Primo appello - Sessione Estiva - 19/6/2008

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

Problema 1. Discutere la convergenza puntuale, uniforme e totale di

$$\sum_{n \geq 1} \frac{\sin(e^{nx})}{\sinh(nx) + 1}.$$

Problema 2. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità di

$$f(x, y) = \sqrt{(|x| - x)|\sin y|} + 4y$$

su \mathbb{R}^2 .

Problema 3. Data la cicloide $\gamma(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$, si calcoli l'area della superficie di rotazione Σ ottenuta ruotando γ attorno all'asse $x = \pi$.

Problema 4. Sia $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$. Determinare l'estremo superiore ed inferiore (specificando se si tratta di massimi o minimi) di f sull'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy + \frac{1}{2} \sin(xy) > 1\}.$$

Problema 5. Si determinino le soluzioni al problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = -\frac{4u}{t} - t\sqrt{u}, \\ u(1) = u_0 \end{cases}$$

al variare del dato iniziale $u_0 \geq 0$. Se ne discuta l'unicità locale.