

Primo appello - 1/2/2008

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

Problema 1. Discutere la convergenza puntuale, uniforme e totale di

$$\sum_{n \geq 0} \frac{1}{1 + \sin^2 x + (\tan x)^{2n}} \quad \text{su} \quad \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right).$$

Problema 2. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità di

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + y^2 & x \neq 0 \\ \sin y & x = 0 \end{cases}$$

nel punto $(0, 0)$.

Problema 3. Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore di

$$f(x, y) = \frac{1}{x^2 + 2y^2 - xy}$$

sulla regione $K = \{x^2 + y^2 \geq 1\}$.

Problema 4. Si calcoli:

$$\int_D |x| \sqrt{|yz|} dx dy dz, \quad \text{dove} \quad D = \{0 \leq 4z \leq x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 \leq 2y\}.$$

Problema 5. Si determini una soluzione di

$$\frac{u'}{1 - u \sin t} = u \cos t$$

con dato iniziale $u(0) = 1$. Si discuta se tale soluzione è unica, se ne determini un prolungamento massimale e si discuta se tale prolungamento è unico.