Programma del Corso di Analisi II (Fisica) A.A. 2007/2008

Docente: Dr. Alessandro Giuliani

- **SERIE E SUCCESSIONI DI FUNZIONI.**
    1. Successioni di funzioni: generalità. Convergenza puntuale ed uniforme.
    2. Teorema di scambio limite e integrale. Teorema di continuità del limite. Teorema di scambio limite e derivata.
    3. Serie di funzioni: generalità. Convergenza puntuale, uniforme, assoluta e totale.
    4. Serie di potenze: convergenza puntuale e totale. Raggio di convergenza. Teorema del raggio di convergenza della serie derivata.
    5. Serie di Taylor. La somma di una serie di potenze è infinitamente differenziabile e coincide con la sua serie di Taylor. Criterio di sviluppabilità in serie di Taylor.
    6. Serie di potenze a termini complessi (cenni).
- **SERIE DI FOURIER.**
    1. Funzioni periodiche e polinomi trigonometrici. Funzioni continue e regolari a tratti.
    2. Coefficienti di Fourier. Disuguaglianza di Bessel.
    3. Teorema di convergenza puntuale della serie di Fourier.
    4. Teorema di convergenza totale della serie di Fourier per funzioni continue. Identità di Parseval.
- **CALCOLO DIFFERENZIALE IN PIÚ VARIABILI.**
    1. Richiami di algebra lineare: vettori linearmente (in)dipendenti, basi, applicazioni lineari, funzionali lineari, spazio duale, rappresentazione matriciale delle applicazioni lineari, rango di una matrice, diagonalizzabilità di matrici quadrate simmetriche, matrici (semi)definite positive/negative.
    2. Elementi di topologia in $\mathbb{R}^n$: punti interni, esterni, di accumulazione, intorni circolari aperti, insiemi aperti, insiemi chiusi, chiusura di un insieme, insiemi limitati, insiemi connessi, insiemi compatti, domini. Teorema di Heine-Borel (enunciato).
    3. Nozione di limite e continuità per funzioni a piú variabili. Teorema: una composizione di funzioni continue è continua (enunciato). Teoremi di Weistrass, di Cantor e dei valori intermedi (enunciati).
    4. Derivate parziali. Gradiente. Derivate direzionali.
    5. Funzioni differenziabili. Teorema del differenziale totale.
    6. Derivate successive. Matrice Hessiana. Teorema di Schwarz.
    7. Derivazione funzioni composte.
    8. Formula di Lagrange.
    9. Formula di Taylor con resto di Lagrange.
    10. Massimi e minimi relativi. Criteri necessari per l'esistenza di massimi o mini relativi. Criterio sufficiente per l'esistenza di di un massimo o minimo relativo proprio.
- **CALCOLO INTEGRALE IN PIÚ VARIABILI.**
    1. Funzioni misurabili secondo Riemann. Insiemi misurabili secondo Peano–Jordan.
    2. Integrabilità di funzioni continue. Integrali su domini normali.
    3. Formula di riduzione e integrali iterati (teorema di Fubini).
    4. Calcolo di integrali doppi e tripli su domini normali. Calcolo del volume di un solido di rotazione.

5. Cambiamento di variabili negli integrali. Matrice Jacobiana. Coordinate polari, cilindriche e sferiche.
6. Integrali impropri.

- **CURVE E SUPERFICI.**

1. Curve in $\mathbb{R}^n$. Equazioni parametriche. Curve semplici, curve chiuse, curve regolari.
2. Riparametrizzazioni ammissibili di curve regolari. Curve equivalenti. Curve orientate.
3. Lunghezza. Teorema di rettificabilità di curve C^1. Integrali curvilinei.
4. Ascissa curvilinea. Riferimento mobile di Frenet: vettore tangente, normale, curvatura, raggio di curvatura, cerchio osculatore, piano osculatore, torsione.
5. Superfici regorali in $\mathbb{R}^n$ (in particolare per $n = 3$). Piano tangente e versore normale.
6. Riparametrizzazioni ammissibili di superfici. Equivalenza tra superfici regolari. Superfici orientate. Area di una superficie regolare. Integrali superficiali.
7. Area di superfici definite come grafici di funzioni C^1. Area di superfici di rotazione. Formula di Guldino.

- **FUNZIONI IMPLICITE.**

1. Teorema della funzione implicita.
2. Teorema di inversione locale. Teorema di inversione globale (solo enunciato).
3. Massimi e minimi vincolati.
4. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

- **FORME DIFFERENZIALI.**

1. Lavoro di una forza. 1-forme differenziali. Integrale di una forma differenziale lungo una curva regolare.
2. Forme esatte. Forme chiuse. Equivalenza tra forme chiuse ed esatte su aperti stellati.
3. 2-forme differenziali. Integrale di una 2-forma su un dominio di $\mathbb{R}^2$.
4. Formule di Gauss–Green. Calcolo di aree di domini regolari del piano.
5. Teorema della divergenza. Formula di Stokes. Equivalenza tra forme chiuse ed esatte su aperti semplicemente connessi.

- **EQUAZIONI DIFFERENZIALI.**

1. Generalità ed esempi. Forma normale.
2. (Sistemi di) Equazioni differenziali lineari del prim'ordine.
3. Equazioni differenziali a variabili separabili.
4. Altre equazioni differenziali notevoli: Equazioni di Newton, di Bernoulli, di Clairaut.
5. Il problema di Cauchy (formulazione differenziale e integrale). Funzioni Lipschitziane.
6. Teorema di esistenza e unicità locale.
7. Prolungamento delle soluzioni. Teorema di esistenza del prolungamento massimale.
8. Teorema di esistenza globale di soluzioni per equazioni della forma $u' = f(t, u)$, con $|f| \leq K(1 + |u|)$. Comportamento della soluzione massimale ai bordi del dominio massimale di esistenza.
9. Equazioni differenziali lineari di ordine generico. Esistenza globale. Integrale generale per equazioni differenzaili lineari omogenee e non.
10. Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti: soluzione esplicita del problema omogeneo. Polinomio caratteristico. Determinante di Vandermonde.

11. Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti: soluzione esplicita del problema non omogeneo. Metodo di variazione delle costanti. Metodo di somiglianza.
12. Matrice Wronskiana. Determinante Wronskiano e soluzioni linearmente (in)dipendenti.
13. Integrazione per serie.
14. Analisi qualitativa delle soluzioni di equazioni differenziali (cenni): punti di equilibrio stabili e instabili; stabilità asintotica; approssimazione lineare di un'equazione differenziale attorno a un suo punto di equilibrio.

Testo principale di riferimento:

- E. Giusti: *Analisi Matematica 2*, Terza Edizione, Bollati Boringhieri (2002).

Testi di riferimento addizionali (Complementi ed Esercizi):

- E. Giusti: *Esercizi e Complementi di Analisi Matematica*, Volume Secondo, Prima Edizione, Bollati Boringhieri (1991).
- N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone: *Analisi Matematica 2*, Prima Edizione, Liguori Editore (1996).
- L. Chierchia: *Lezioni di Analisi Matematica 2*, Aracne Editrice (1997).
- C. Sbordone, P. Marcellini: *Esercitazioni di matematica*, Volume II, Parti prima e seconda, Liguori Editore (1995).