

Corso di Matematica per Geologia - Modulo 2, AA 2021/2022

Seconda prova di esonero, 12/7/2022

Cognome e Nome	
Numero di matricola	

1. Si calcoli il seguente integrale definito di singola variabile:

$$\int_0^{2\pi} x \sin x \cos x \, dx$$

2. Si calcoli il seguente integrale doppio:

$$\iint_T e^{x^2-4x} \, dx \, dy$$

dove T è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(0,2)$, $(2,2)$.

3. Si consideri il campo di forze: $\vec{F} = \vec{F}(x,y) = (x^2y, e^{xy}x)$ con $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Si calcoli il lavoro di $\vec{F}$ lungo la curva $y = x^p$ dal punto $(0,0)$ al punto $(1,1)$ al variare del parametro $p > 0$.

4. Si risolva il seguente problema di Cauchy per la funzione incognita $x = x(t)$:

$$\begin{cases} x' = \frac{e^{-x^2}-1}{x} \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

Si calcoli, in particolare, il limite della soluzione $x(t)$ per $t \rightarrow \pm\infty$.

5. Si determini l'integrale generale della seguente equazione differenziale del second'ordine per la funzione incognita $x = x(t)$:

$$x'' + 2x' + 5x = \sin t$$

6. [Facoltativo] Si risolva la seguente equazione delle onde sul segmento $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(x, 0) = \sin(x) \cos(x) \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 \\ u(0, t) = u(2\pi, t) = 0 \end{cases}$$