Esercizi - prima e seconda settimana (21 febbraio - 4 marzo 2022)

Corso di Matematica II per Geologia

1. Si disegni il grafico delle due funzioni $f(x) = 5 - 2x$ e $g(x) = x^2 - 2x + 1$. Si riconosca che esiste una regione finita compresa tra i due grafici e se ne calcoli l'area.
2. Un corpo si muove su un tratto rettilineo a velocità $v(t) = \sin^2(\pi t/4) \cos(\pi t/4)$, con t misurata in secondi e $v(t)$ misurata in metri al secondo.
 - Determinare lo spostamento totale nell'intervallo $[0, 4]$.
 - Determinare lo spazio totale percorso dal corpo nello stesso intervallo.
 - Determinare la velocità media del corpo negli intervalli $[0, 2]$, $[2, 4]$, $[0, 4]$.
3. Si studi la funzione $f(x) = \int_0^x (t-1)e^{t-t^2/2} dt$: se ne studi il segno¹, se ne determini il comportamento ai bordi del dominio, si identifichino eventuali asintoti verticali o orizzontali, se ne studi il segno della derivata prima e seconda, determinando così le regioni dove è crescente, decrescente, concava o convessa e si identifichino i punti di flesso. Infine se ne disegni il grafico.
4. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\int x\sqrt{x+1} dx.$$

$$\int (2x+2) \cos x dx,$$

$$\int (\ln x)^2 dx,$$

$$\int x \arctan x dx.$$

$$\int \cos x e^{-\sin x} dx,$$

$$\int \frac{\ln \sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}} dx,$$

$$\int \frac{x+1}{x^2+4x+4} dx,$$

$$\int x \sin x \cos x dx.$$

¹Vale la convenzione per cui, se $x < 0$, $\int_0^x g(t) dt = -\int_x^0 g(t) dt$.

5. Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx,$$

$$\int_{-1}^2 \frac{x}{1+x^4} dx,$$

$$\int_1^e \frac{1}{x((\ln x)^2+1)} dx,$$

$$\int_0^1 \frac{e^x}{e^x+1} dx,$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^3 x dx,$$

$$\int_1^4 \frac{1}{x+\sqrt{x}} dx,$$

$$\int_0^{\pi} \cos x \sqrt{4+3 \sin x} dx,$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2+x^4} dx,$$