

Corso di Matematica per Geologia - Modulo 2, AA 2021/2022

Seconda prova di esonero, 5/9/2022

Cognome e Nome	
Numero di matricola	

1. Si calcoli il seguente integrale definito di singola variabile:

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{1 + \tan^2 x}{\tan^4 x} dx$$

2. Si calcoli il seguente integrale doppio:

$$\iint_T ye^{x+y} dx dy$$

dove T è il trapezio di vertici $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,1)$, $(2,0)$.

3. Si consideri il campo vettoriale: $\vec{F} = \vec{F}(x, y, z) = (z/x, y, xy/z)$ con $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ e se ne calcoli l'integrale curvilineo $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{s}$ lungo la curva \mathcal{C} di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = te^t \\ y = \sin t \\ z = t \end{cases}$$

con il parametro t che va da 0 a π .

4. Si risolva il seguente problema di Cauchy per la funzione incognita $x = x(t)$:

$$\begin{cases} x' = t^2 x^3 \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

Si calcoli in particolare l'intervallo di esistenza della soluzione $x(t)$ e il limite della stessa per t che tende ai bordi del dominio di definizione.

5. Si determini l'integrale generale della seguente equazione differenziale del second'ordine per la funzione incognita $x = x(t)$:

$$x'' - 3x' - 4x = e^t + e^{-t}$$

6. [Facoltativo] Si risolva la seguente equazione delle onde sul segmento $[0, \pi]$:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(x, 0) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \sin^3 x \cos x \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \end{cases}$$