

Corso di Matematica per Geologia - Modulo 2, AA 2021/2022

Recupero seconda prova di esonero, 8/11/2022

Cognome e Nome	
Numero di matricola	

1. Si calcoli il seguente integrale definito di singola variabile:

$$\int_1^\infty \frac{e^{-2/t} \sin(e^{-1/t})}{t^2} dt$$

2. Si calcoli il seguente integrale triplo:

$$\iiint_C (3x^2 + 2xy) dx dy dz$$

dove C è il tronco di cono retto con base maggiore il cerchio di raggio 2 centrato nel punto $(0, 0, 1)$ e appartenente al piano $z = 1$ e base minore il cerchio di raggio 1 centrato nel punto $(0, 0, 2)$ e appartenente al piano $z = 2$.

3. Si consideri il campo vettoriale: $\vec{F} = \vec{F}(x, y) = (\frac{1}{xy}, \frac{1 - \ln(xy)}{y^2})$ e se ne calcoli l'integrale curvilineo $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{s}$ lungo la curva C di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = e^{t^2} \\ y = t^2 + 1 \end{cases}$$

con il parametro t che va da 0 a 1.

4. Si risolva la seguente equazione differenziale per la funzione incognita $x = x(t)$:

$$xx' = e^t(x^2 + 1)$$

con dato iniziale $x(0) = \sqrt{e^2 - 1}$. Si verifichi che la soluzione è ben definita per ogni $t \in \mathbb{R}$ e si calcolino i limiti $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} x(t)$.

5. Si determini l'integrale generale della seguente equazione differenziale del second'ordine per la funzione incognita $x = x(t)$:

$$x'' - x' - 2x = e^t \cos t$$

6. [Facoltativo] Si risolva la seguente equazione delle onde sul segmento $[0, 1]$:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(x, 0) = \sin(\pi x) \cos(\pi x) \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \sin(3\pi x) - 3 \sin(\pi x), \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 \end{cases}$$