

Corso di Matematica per Geologia - Modulo 2, AA 2021/2022

Prima prova di esonero, 21/06/2022

Cognome e Nome	
Numero di matricola	

1. Si calcoli il seguente integrale definito di singola variabile:

$$\int_1^4 \frac{1}{2x - \sqrt{x}} dx$$

2. Si calcoli il seguente integrale triplo:

$$\iiint_C z(x^2 + y^2) dx dy dz$$

dove C è il cono di vertice $(0, 0, 1)$, avente per base il cerchio di centro l'origine e raggio 1 contenuto nel piano xy .

3. Si consideri il campo di forze: $\vec{F} = \vec{F}(x, y) = (\alpha y \cos x, \sin x)$ con $\alpha \in \mathbb{R}$ un parametro reale.

- (a) Si calcoli al variare di α il lavoro di \vec{F} lungo la parabola di equazione $y = x^2$ dal punto $(0, 0)$ al punto $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi^2}{4})$.
- (b) Si determini il valore di α per cui \vec{F} è conservativo e, per tale valore di α , si determini la primitiva di \vec{F} .
- (c) Per il valore di α determinato al punto precedente, si verifichi che il lavoro calcolato al punto 1 è uguale alla differenza della primitiva tra i due estremi.

4. Si determini la soluzione della seguente equazione differenziale a variabili separabili per la funzione incognita $x = x(t)$:

$$x' = \frac{4}{x} + x$$

in corrispondenza del dato iniziale $x(0) = 2$. Si identifichi l'intervallo di esistenza della soluzione, e si calcoli il limite della soluzione per t che tende a $+\infty$.

5. Si determini l'integrale generale della seguente equazione differenziale del second'ordine per la funzione incognita $x = x(t)$:

$$x'' - x' - 2x = e^t$$

6. [Facoltativo] Si risolva la seguente equazione delle onde sul segmento $[0, \pi]$:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(x, 0) = \sin(x) \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \sin(x) - \sin(2x) \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \end{cases}$$