

## Corso di Matematica per Geologia - Modulo 2, AA 2021/2022

Simulazione esonero modulo 2, 1/10/2022

1. Si calcoli il seguente integrale definito di singola variabile:

$$\int_e^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$$

2. Si calcoli il seguente integrale triplo:

$$\iiint_A x^2 y^2 dx dy dz$$

dove  $C$  è il tronco di cono retto con base maggiore il cerchio di raggio 2 centrato nell'origine e appartenente al piano  $z = 0$  e base minore il cerchio di raggio 1 centrato nel punto  $(0, 0, 2)$  e appartenente al piano  $z = 2$ .

3. Si calcoli l'integrale curvilineo  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{s}$  del campo vettoriale  $\vec{F} = \vec{F}(x, y) = (xe^y, ye^x)$  lungo la semicirconferenza  $C$  centrata nell'origine, di raggio 1 e contenuta nel semipiano cartesiano superiore, percorsa in senso antiorario dal punto  $(1, 0)$  al punto  $(-1, 0)$ .

4. Si risolva il seguente problema di Cauchy per la funzione incognita  $x = x(t)$ :

$$\begin{cases} x' = e^{x-t} \\ x(0) = \ln 2 \end{cases}$$

Si calcoli in particolare l'intervallo di esistenza della soluzione  $x(t)$  e il limite della stessa per  $t$  che tende ai bordi del dominio di definizione.

5. Si determini l'integrale generale della seguente equazione differenziale del second'ordine per la funzione incognita  $x = x(t)$ :

$$x'' + x' + x = t + \sin t$$

6. [Facoltativo] Si risolva la seguente equazione delle onde sul segmento  $[0, 2]$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(x, 0) = \sin(\pi x) - \sin(3\pi x) \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \cos(\pi x) \sin(\pi x) \\ u(0, t) = u(2, t) = 0 \end{cases}$$