

### Esercizi - undicesima settimana (11-15 dicembre 2023)

Corso di Matematica II per Geologia

1. Determinare le soluzioni generali delle seguenti equazioni differenziali lineari del second'ordine omogenee:

$$(a) x'' + 10x = 0$$

$$(b) x'' + 2x' + 5x = 0$$

$$(c) x'' - 3x' + 4x = 0$$

$$(d) x'' + 7x' + 10x = 0$$

$$(e) 9x'' + 6x' + x = 0$$

$$(f) x'' - x' - 6x = 0$$

$$(g) 4x'' + 12x' + 9x = 0$$

2. Determinare la soluzione di ciascuno dei seguenti problemi di Cauchy:

$$(a) \begin{cases} x'' - x' - 2x = 0 \\ x(0) = 0 \\ x'(0) = 3 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x'' - 6x' + 10x = 0 \\ x(0) = 1 \\ x'(0) = 0 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x'' - 10x' + 25x = 0 \\ x(0) = 0 \\ x'(0) = 1 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x'' - 2x' + 5x = 0 \\ x(0) = 1 \\ x'(0) = 1 \end{cases}$$

3. Una massa di 10kg è attaccata a una molla con costante elastica 50N/m e lunghezza a riposo nulla. All'istante iniziale viene rilasciata a 2m dalla sua posizione di riposo con velocità nella direzione opposta di 12m/s, in un fluido che oppone una resistenza (misurata in Newton) pari a venti volte la velocità istantanea (misurata in metri al secondo). Determinare la posizione della molla in ogni istante.

4. Determinare le soluzioni generali delle seguenti equazioni differenziali lineari del second'ordine non omogenee:

$$(a) x'' - 3x' + 2x = 2t^2 - t + 3$$

$$(b) x'' - 2x' + 10x = 3t - 4$$

$$(c) x'' - 4x' = t^2 + 1$$

5. Determinare la soluzione di ciascuno dei seguenti problemi di Cauchy:

$$(a) \quad \begin{cases} x'' + x = t + 1 \\ x(0) = 1 \\ x'(0) = 2 \end{cases}$$

$$(b) \quad \begin{cases} x'' - 8x' + 16x = t^2 - t \\ x(0) = 0 \\ x'(0) = 0 \end{cases}$$

$$(c) \quad \begin{cases} x'' + x' + x = t \\ x(0) = 0 \\ x'(0) = -1 \end{cases}$$