Esercizi - terza settimana (9-13 ottobre 2023)

Corso di Matematica II per Geologia

1. Una corda di lunghezza $4m$ e spessore trascurabile ha densità di massa lineare $\rho(x) = (9+2\sqrt{x})Kg/m$, con x misurato in metri. Quanto pesa la corda?

2. Un secchio che pesa $4Kg$ attaccato a una corda di peso trascurabile viene usato per tirare su della sabbia da un pozzo profondo $50m$. Il secchio si riempie con $40Kg$ di sabbia ed è tirato su a $1m/s$. Purtroppo nel secchio è presente un buco dal quale fuoriesce la sabbia a una velocità di $2g/s$. Quale è il lavoro necessario per tirare su il secchio?

3. La temperatura giornaliera a Roma a inizio ottobre 2023 si può modellizzare attraverso la funzione $T(t) = 21 + 7 \sin(\frac{\pi(t-7)}{12})$ dove $0 \leq t < 24$ è il tempo misurato in ore e la temperatura è misurata in gradi Celsius. Determinare la temperatura media dalle 9:00 alle 21:00.

4. Si calcolino i seguenti integrali definiti:

- $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x+1} dx$
- $\int_1^2 \frac{\ln t}{\sqrt{t}} dt$
- $\int_{-2}^2 e^{2\theta} \sin(3\theta) d\theta$
- $\int_0^{13} \frac{1}{\sqrt[3]{(1+2x)^2}} dx$
- $\int_1^2 \frac{1}{x+x^2} dx$

5. Si calcolino i seguenti integrali indefiniti:

- $\int (\ln x)^2 dx$
- $\int x^2 \cos x dx$
- $\int \frac{x+1}{x^2+4x+4} dx$
- $\int \frac{r^2}{r+4} dr$
- $\int x \cos(x^2 + 1) dx$