

Esercizi - quinta settimana (23-27 ottobre 2023)
Corso di Matematica II per Geologia

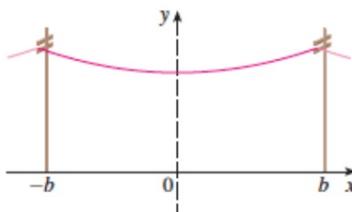
1. Si stabilisca per quali valori di $p > 0$ il seguente integrale converge:

$$\int_e^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^p} dx.$$

2. Calcolare i seguenti integrali impropri o mostrare che sono divergenti:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \frac{1}{x} dx, \\ & \int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx, \\ & \int_0^{\infty} \frac{1}{(3x+4)^4} dx, \\ & \int_{-\infty}^0 e^x dx, \\ & \int_1^{\infty} e^{x^2} dx, \\ & \int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx, \\ & \int_0^{\pi/2} \tan x dx, \\ & \int_0^1 \left(\frac{1}{x(1+x)} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right) dx, \\ & \int_0^{\infty} \frac{1}{e^{2x} + e^{-2x} + 2} dx, \\ & \int_2^{\infty} \frac{1}{x^2 - 2x} dx, \\ & \int_3^{\infty} \frac{1}{x^2 - 2x} dx, \\ & \int_0^{\infty} x e^{-\sqrt{1+x^2}} dx, \\ & \int_0^{\infty} e^{-1/x} dx, \\ & \int_0^{\infty} e^{-2x} \sin x dx, \\ & \int_{2/\pi}^{\infty} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx. \end{aligned}$$

3. La figura mostra un cavo elettrico sospeso tra due pali a distanza $2b = 100\text{m}$. Il cavo, tra i due pali, ha la forma di una catenaria ossia di una curva di equazione $y = c + a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$, con $a = 100\text{m}$ e $c = -60\text{m}$. Determinare la lunghezza del cavo, l'altezza a cui è appeso ai pali e la sua altezza minima da terra.



4. Disegnare la curva di equazione $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ e usare la sua simmetria per determinarne la lunghezza.
5. Si consideri la funzione $f(x) = x^2 - \frac{1}{8} \ln x$ e sia

$$s(x) = \int_1^x \sqrt{1 + (f'(t))^2} dt$$

la sua lunghezza d'arco ovvero la funzione che misura la lunghezza del grafico di f tra il punto 1 e il punto x

- Disegnare il grafico di $f(x)$ facendone lo studio di funzione. Dare un'interpretazione geometrica/grafica di $s(x)$.
- Calcolare $s(x)$, usando la sostituzione $4t = e^z$.
- Disegnare il grafico di $s(x)$ facendone lo studio di funzione. Perché $s(x) \leq 0$ per $x \leq 1$?