

Esercizi - quinta settimana (21-25 ottobre 2024)

Corso di Matematica II per Geologia

1. Si stabilisca per quali valori di $p > 0$ il seguente integrale converge: $\int_e^\infty \frac{1}{x(\ln x)^p} dx$.
2. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{1}{x(\ln x)^2}$. Se ne faccia lo studio e se ne disegni il grafico. Si interpreti geometricamente il valore dell'integrale improprio $\int_2^\infty f(x) dx$, in termini dell'area di un'opportuna regione illimitata del piano cartesiano, e lo si calcoli.
3. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x}$. Se ne faccia lo studio e se ne disegni il grafico. Si interpreti geometricamente il valore degli integrali impropri $\int_{-1}^0 f(x) dx$, $\int_2^\infty f(x) dx$, $\int_3^\infty f(x) dx$, in termini delle aree di tre diverse regioni illimitate del piano cartesiano, e li si calcoli.
4. Calcolare i seguenti integrali impropri o mostrare che sono divergenti:

$$\int_0^\infty \frac{1}{(3x+4)^4} dx,$$

$$\int_{-\infty}^0 e^x dx,$$

$$\int_1^\infty e^{x^2} dx,$$

$$\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx,$$

$$\int_1^\infty \frac{\ln x}{x^4} dx,$$

$$\int_0^{\pi/2} \tan x dx,$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx,$$

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{x(1+x)} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right) dx,$$

$$\int_0^\infty \frac{1}{e^{2x} + e^{-2x} + 2} dx,$$

$$\int_0^\infty \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx,$$

$$\int_0^\infty x e^{-\sqrt{1+x^2}} dx,$$

$$\int_0^\infty e^{-1/x} dx,$$

$$\int_0^\infty e^{-2x} \sin x dx,$$

$$\int_{2/\pi}^\infty \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx.$$