

TERZO APPELLO – SESSIONE ESTIVA – 7 SETTEMBRE 2009

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

**Esercizio 1.** Rispondere alle seguenti domande.

1. Calcolare la derivata di  $2^{\tan x}$ .

2. Calcolare  $\sqrt{\log_{\sqrt{3}} 3} - \frac{1}{2} \log_3 \sqrt{3}$ .

3. Risolvere la disuguaglianza  $3^x < \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$ .

4. Stabilire se la funzione  $f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{y \rightarrow x} \frac{1 - \cos y}{y^2}$  è continua in  $x = 0$ .

5. Calcolare l'area del triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(-1, 4)$ .

6. Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ . Calcolare  $A^2$  e  $A^{20}$ .

**Esercizio 2.**

1. Sia  $A_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ , con  $a_n = d_n = \sqrt{n}$ ,  $b_n = \sqrt{n+1}$  e  $c_n = \sqrt{n-2}$ . Calcolare  $\lim_{n \rightarrow \infty} \det A_n$ .

2. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{e^x - 1 - \log(x+1)}$$

**Esercizio 3.**

Siano  $f(x) = \log(e^x + e^{-x})$  e  $g(x) = \log(x^2 + 1)$ .

1. Calcolare lo sviluppo di Taylor del second'ordine in  $x_0 = 0$  di  $f(x)$  e di  $g(x)$ .
2. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \log 2}{g(x)}.$$

**Esercizio 4.**

Sia

$$f(x) = \log \sqrt{\frac{1}{2} + e^x}.$$

Si studi  $f(x)$  (dominio, segno, asintoti orizzontali, verticali e obliqui, derivata, massimi e minimi relativi, massimi e minimi assoluti) e se ne disegni il grafico.

**Esercizio 5.**

1. Calcolare

$$\int_0^{\pi/4} e^{\tan x} (\tan^2 x + 1) dx .$$

2. Calcolare

$$\int_1^e \frac{\log x}{x^2} dx .$$