

ESERCITAZIONE DEL 21 OTTOBRE 2008

Corso di Matematica I per Geologia

I. ESERCIZI SVOLTI IN CLASSE

- A. Determinare la parte immaginaria, la parte reale ed il modulo di

$$z = \frac{1 - 2i}{(i + 1)^2} + \frac{i + 5}{4i}.$$

Dopodiché, rappresentare graficamente z sul piano complesso e scrivere z in forma trigonometrica.

- B. Calcolare la parte reale di $z = (\sqrt{3}i - 1)^5$.

- C. Siano $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$. Calcolare:

1. le coordinate del versore \hat{w} con la stessa direzione e lo stesso verso di \vec{w} ;
2. la proiezione di \vec{v} su \vec{w} ;
3. il coseno dell'angolo φ tra i vettori $\vec{v} + \vec{w}$ e $-\vec{w}$;
4. l'area del parallelogramma di vertici $\vec{0}$, \vec{v} , \vec{w} e $\vec{v} + \vec{w}$.

II. ESERCIZI SUPPLEMENTARI

- D. Disegnare nel piano complesso il luogo dei punti z tali che

1. $|z| = |z + 1|$.
2. $\operatorname{Im} \frac{1}{z} = +2$.

- E. Sia $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Trovare un vettore $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^2$ tale che ¹:

1. $\mathbf{y} \perp \mathbf{x}$, $|\mathbf{y}| = 3$ (Notazione: $\mathbf{a} \perp \mathbf{b} = \text{“a è ortogonale a b”}$);
2. $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = -2$, $|\mathbf{y}| = 2$;
3. $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = |\mathbf{x}||\mathbf{y}|$, $|\mathbf{y}| = 10$.

¹Ogni punto corrisponde ad un vettore diverso!