

ESERCITAZIONE DELL' 11 NOVEMBRE 2008

Corso di Matematica I per Geologia

A. Trovare i valori di $x \in \mathbb{R}$ che soddisfano la seguente disequazione:

$$\ln x + \frac{1}{|\ln x|} \geq 1. \quad (1)$$

B. Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(\sqrt[3]{x^2 - 1}); \quad (2)$$

dopo aver descritto l'andamento qualitativo di f se ne determini il dominio e si calcoli f^{-1} in un opportuno sottoinsieme dell'insieme di definizione.

C. Si consideri il numero complesso

$$z = \frac{(3+i)(1+i)}{1+2i} + i\sqrt{12}; \quad (3)$$

1. calcolare $\rho = |z|$ e $\theta = \arg z$, e scrivere z in forma trigonometrica;
2. calcolare z^8 usando la formula di De Moivre.

D. Dato $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ determinare:

1. il vettore \mathbf{w} ortogonale a \mathbf{v} di modulo 1 giacente sul piano xy ;
2. la proiezione del vettore $\mathbf{k} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ su \mathbf{v} , e il coseno dell'angolo compreso tra \mathbf{k} e \mathbf{v} ;
3. il prodotto vettoriale $\mathbf{v} \times \mathbf{k}$.

E. Si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 3 \end{cases}; \quad (4)$$

1. riscrivere il sistema nella forma $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$;
2. risolvere il sistema invertendo A , e verificare che $AA^{-1} = A^{-1}A = I$;
3. trovare autovalori ed autovettori di A ;
4. diagonalizzare A .